

ROBOTYKA (1)

[W]

24. 10. 2018.

WYKŁAD 4

$$[\omega_s] = \Omega_s \cdot R R^T$$

$$c(t) = \begin{bmatrix} R(t) & T(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{c}(t) c^{-1}(t) = V_s$$

(16 składowości) $\leftarrow V_s = \begin{bmatrix} [\omega_s] & [T] \omega_s + \dot{T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

s $\rightarrow$ space

b $\rightarrow$ body

$$V_s \equiv \begin{bmatrix} [T] \omega_s + \dot{T} \\ \omega_s \end{bmatrix}$$

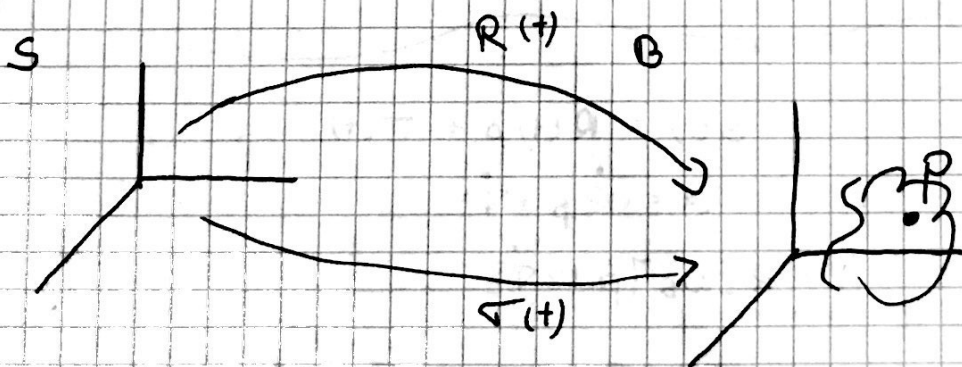
$$[\omega_b] = \Omega_b = R^T \dot{R}$$

Translacja
Rotacja

$$c^{-1}(t) \dot{c}(t) = V_b$$

$$V_b = \begin{bmatrix} [\omega_b] & R^T \dot{T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_b \equiv \begin{bmatrix} R^T \dot{T} \\ \omega_b \end{bmatrix}$$



$$P = \text{const. (w B)}$$

$$S(t) = R(t)P + T(t)$$

Różniczkujemy żeby uzyskać predkosc

$$\dot{s} = \dot{R}p + \cancel{R\dot{p}} + \dot{T}$$

$$p = \text{const} \rightarrow \dot{p} = 0$$

$$\dot{R} = \Omega_b R = [\omega_b] R$$

$$\dot{R} = R \Omega_b = R [\omega_b]$$

$$\dot{s} = [\omega_b] R p + \dot{T}$$

$$\text{a } R p = s - T$$

$$\dot{s} = [\omega_b] (s - T) + \dot{T} =$$

$$\dot{s} = [\omega_b] s - [\omega_b] T + \dot{T} =$$

$$[\omega_b] s + [T] \omega_b + \dot{T}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\omega_b] & [T] \omega_b + \dot{T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ s \\ 1 \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} \dot{s} \\ 0 \end{bmatrix} = V_b \begin{bmatrix} s \\ 1 \end{bmatrix}$$

Zależność
predkosci od
położenia

$$s(t) = R(t)p + T(t)$$

$$\dot{s} = \dot{R}p + \dot{T}$$

$$\dot{s} = R[\omega_b]p + \dot{T}$$

$$R^T \dot{s} = [\omega_b] p + R^T \dot{T}$$

$$\begin{bmatrix} R^T j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\omega_b] & R^T \dot{V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R^T j \\ 0 \end{bmatrix} = V_b \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix}$$

$R^T \rightarrow$ obraca a $s \rightarrow b$

$$s_1 = R p_1 + \dot{V}$$

$$s_2 = R p_2 + \dot{V}$$

$$s_1 - s_2 = R p_1 - R p_2 = R(p_1 - p_2)$$

$$\vec{s} = R \vec{p}$$

KINEMATYKA PROSTA

Pręglub $\rightarrow$ ruch

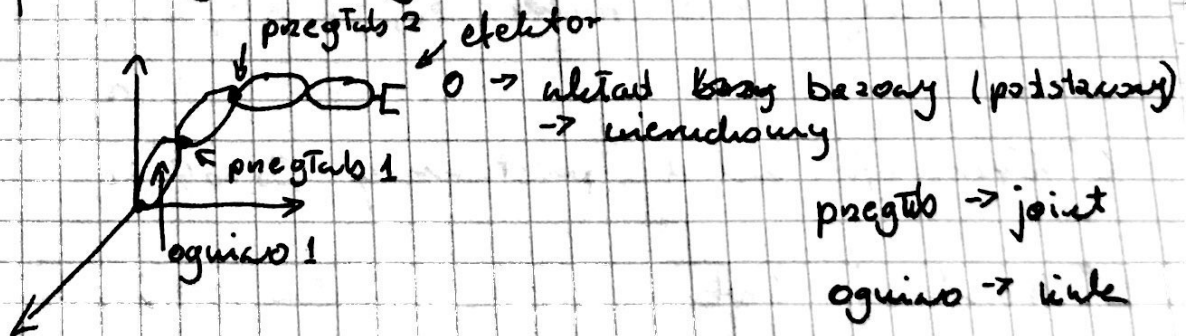
↓
para kinematyczna $\rightarrow$ klasa par kinematycznych

↓
[wynik nr]

6 - nr. klasy = liczba stopni swobody
 $\sim$ para kinematyczna

Stopnie swobody

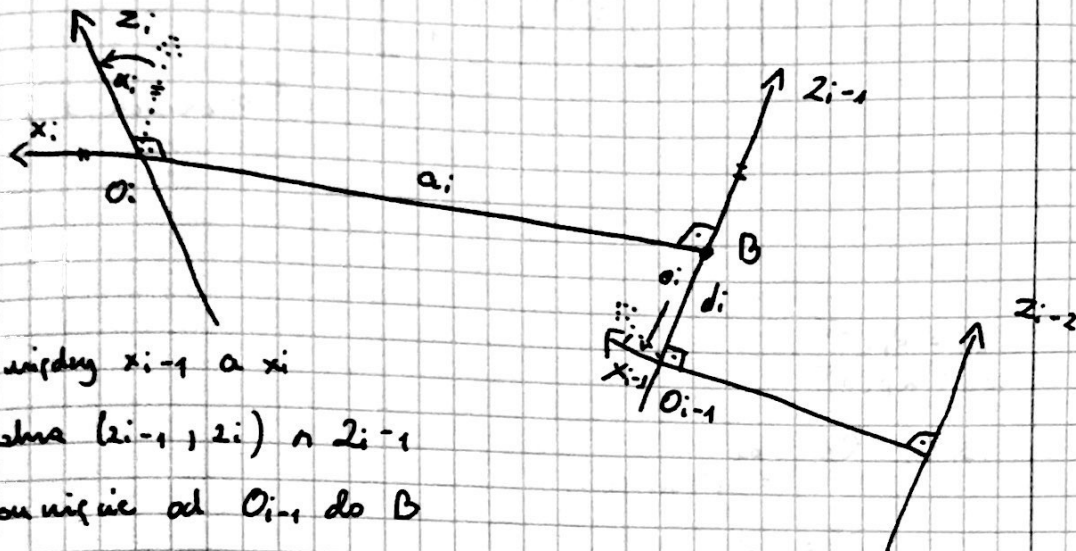
Pary kinematyczne V klasy $\rightarrow$ zawsze !



Transformacje
współrzędnych $\Rightarrow$ zmienna przekształcenia i parametry geometryczne przekształcenia

Przekształcenia rotacyjne i translacyjne

DO PUNKTU B° ALGORYTMU:



O_i - kąt między z_{i-1} a x_i

B - normalna $(z_{i-1}, z_i) \cap z_{i-1}$

d_i - przesunięcie od O_{i-1} do B

a_i - przesunięcie od B do O_i

α_i - kąt między z_{i-1} a z_i

Macierz transformacji $* A_i$

położenia przegubów $\Rightarrow q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \Rightarrow$ konfiguracja

$$* A_0^n(q) = A_0^1(q_1) A_1^2(q_2) \dots A_{n-1}^n(q_n)$$

$\downarrow \in$
 $SE(3)$

Algorytm wyznaczania kinematyki prostej ($\in SE(3)$)
Denavit - Hartenberga (1955)

1° Wyznaczyć oś ruchu $z_0, z_1, \dots, z_{n-1}$

n -układ efektora

2° Wyznaczyć układ podstawowy $O_0 x_0 y_0 z_0$

3° Powtarzaj kroki 1° do 6° dla $i = 1, \dots, n-1$

4° Określenie punktu O_i

Od czego zależy O_i :

$$\rightarrow z_{i-1} \cap z_i \neq \emptyset = O_i \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow z_{i-1} \cap z_i = \emptyset \\ z_{i-1} \nparallel z_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{normalna } (z_{i-1}, z_i) \\ \text{przecina } z_i = O_i \end{array}$$

(2)

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow z_{i-1} \cap z_i = \emptyset \\ z_{i-1} \parallel z_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{normalna } (z_{i-1}, z_i) \text{ przechodząca} \\ \text{przez } O_{i-1} \text{ przecina } z_i \end{array}$$

5° Określenie x_i :

$$\rightarrow x_i = z_{i-1} \times z_i \quad (\text{odpowiada } (1) \text{ z } 4^\circ)$$

$$\rightarrow \text{na przedstawieniu normalnej } (z_{i-1}, z_i) \quad (\text{odpowiada } (2) \text{ z } 4^\circ)$$

6° Dokreślić y_i by x_i, y_i, z_i był prawoskrętny

$$\begin{array}{c} x \curvearrowright y \\ \uparrow \quad \downarrow \\ z \end{array} \Rightarrow \text{Gdy kręcisz } z \rightarrow x \text{ to dostajesz } y$$

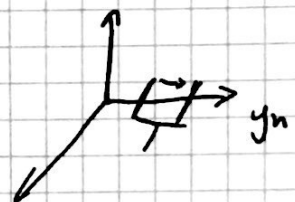
7° Układ efektora:

$\rightarrow$ punkt O_n między palcami łapy $\rightarrow \square \cdot O_n$

$$\rightarrow z_n \parallel z_{n-1}$$

$\rightarrow y_n \sim$ kierunek zamykania palców

$\rightarrow x_n$ dokreślić by x_n, y_n, z_n był prawoskrętny



8° Wyznaczyć parametry Denavit - Hartenberga

czyli $(\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i)$

┌ ZAPIS ALGORYTMU

$$A_{i-1}^i(q_i) = \text{Rot}(z, \theta_i) \cdot \text{Trans}(z, d_i) \cdot \text{Trans}(x, a_i) \cdot \text{Rot}(x, \alpha_i)$$