

ROBOTYKA (1)

[W]

7.11.2018.

WYKŁAD 5

Algorytm Denavit - Hartenberga

Założenia:

- ruch odbywa się względem osi Z
- perły kinematyczne V klasy (przegubach)
- ogólnie są setyane

odległości między punktami na oświe jest stała

$n = 7$ linia stopni swobody (DoF - degrees of freedom)

Tabela parametrów DH

	i	θ_i	d_i	a_i	α_i
$A_0^1(q_1)$	1	q_1			
$A_1^2(q_2)$	2		q_2		
$A_2^3(q_3)$	3		q_3		

Konfiguracja

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$

$$A_i^{i+1}(q_i) = Rot(z, \theta_i) Trans(z, d_i) Trans(x, a_i) Rot(x, \alpha_i) \quad q_i = \begin{cases} \theta_i, & \text{gdy przegub jest obrotowy} \\ d_i, & \text{gdy przegub jest przesuwany} \end{cases}$$

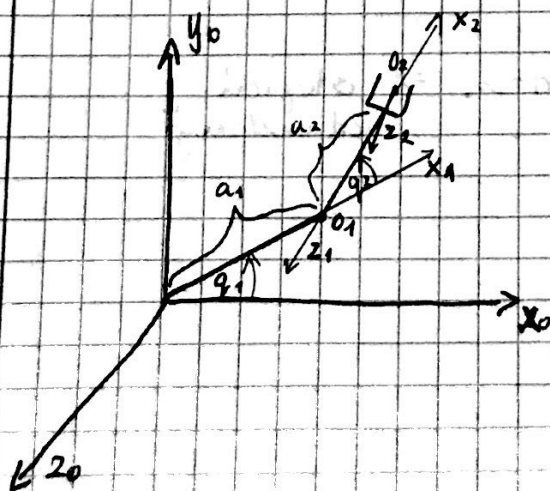
$$A_0^n(q) = \prod_{i=0}^{n-1} A_i^{i+1}(q_{i+1}) = A_0^1(q_1) \cdot \dots \cdot A_{n-1}^n(q_n)$$

* *

Struktura kinematyczna manipulatora RTR

* * *

Przykład: Dwa przeguby planarne (2D)



	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	0	a_1	0
2	q_2	0	a_2	0

Duża kinematyka

$$q \rightarrow K(q) = \begin{bmatrix} R_0^n(q) & T_0^n(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in SE(3)$$

$$c_1 = \cos(q_1)$$

$$n=2$$

$$A_0^1(q_1) = \text{Rot}(2, q_1) \cdot \text{Tran}(x, a_1) =$$

$$= \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^2(q) = A_0^1(q_1) A_1^2(q_2) = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ s_{12} & c_{12} & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_{12} = \sin(q_1 + q_2)$$

→ Przestrzeń konfiguracyjna $Q = q$ $\dim q = n$

→ Przestrzeń zadaniowa (task-space) $\exists$ $\dim x = m$
zależy od nas

$$n > m$$

Manipulator
redundantny

$$* = [x]$$

$$n = m$$

Manipulator
nieredundantny

$$* = \begin{bmatrix} x \\ q_1 + q_2 - \alpha \end{bmatrix}$$

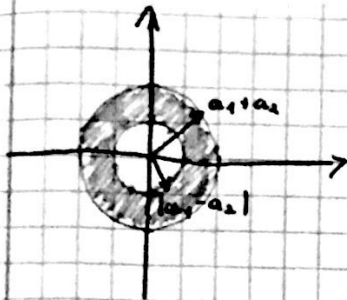
$$n \geq m$$

(Od manipulatora
nie możemy żądać
więcej niż ma
możliwości)

$n - m \Rightarrow$ stopień
redundancji

Kinematyka w współrzędnych

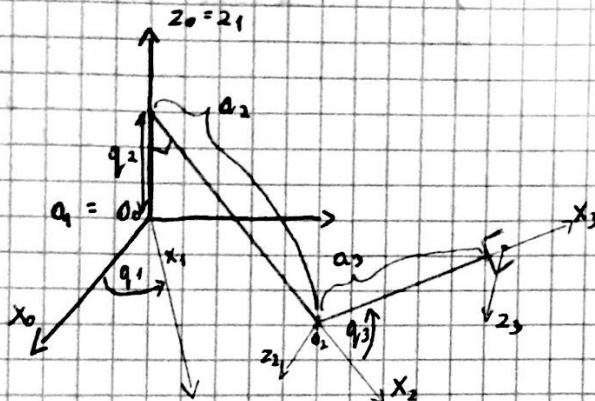
$$x = k(q) = \begin{bmatrix} a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ a_1 s_1 + a_2 s_{12} \end{bmatrix}$$



przyjmujemy pełne współrzędne
i dla nich piszemy równania

[Przykład]

RTR $n=3$



	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	0	0	0
2	0	q_2	a_2	$\frac{\pi}{2}$
3	q_3	0	a_3	0

Dział kinematyka

$$A_0^3(q) = \begin{bmatrix} c_1 c_3 & -c_1 s_3 & s_1 & c_1 (a_3 c_3 + a_2) \\ s_1 c_3 & -s_1 s_3 & -c_1 & s_1 (a_3 c_3 + a_2) \\ s_3 & c_3 & 0 & -q_2 + a_3 s_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$RPY(\alpha, \beta, \gamma) = \text{rot}(z, \alpha) \text{rot}(y, \beta) \text{rot}(x, \gamma) =$$

$$= \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & -s_\alpha c_\beta + c_\alpha s_\beta s_\gamma & s_\alpha s_\beta + c_\alpha s_\beta c_\gamma \\ s_\alpha c_\beta & c_\alpha c_\beta + s_\alpha s_\beta s_\gamma & -c_\alpha s_\beta + s_\alpha s_\beta c_\gamma \\ -s_\beta & c_\beta s_\gamma & c_\beta c_\gamma \end{bmatrix}$$

- 1) $-s_\beta = s_3$
- 2) $s_\beta = -s_3$
- 3) $\beta = q_3 + \pi$
- 4) $c_\beta = c_3 c_\pi - s_3 s_\pi = -c_3$
- 5) $-c_\beta s_\gamma = c_3$
- 6) $s_\gamma = -\frac{1}{c_3}$
- 7) $\gamma = -\frac{\pi}{2}$
- 8) $c_\alpha(c_3) = c_1 c_3$
- 9) $c_\alpha = -c_1$
- 10) $s_\alpha(c_3) = s_1 c_3$
- 11) $s_\alpha = -s_1$
- 12) $\alpha = q_1 + \pi$

* Czyno elastyczne - może być wyginane. ↙ zależność od fazy ruchu odległości pomiędzy drzewa dokładnie wybranych punktami jest różna.

**
$$\begin{bmatrix} R_o^T(q) & : & T_o^T(q) \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

*** idąc od bazy do efektora określamy rodzaje przekształceń

Struktura

R T T
 $\uparrow$ $\uparrow$ translacje
rotacje

(3 st. swobody)
 $\Downarrow$

ile liter
tyle stopni
swobody