

ROBOTYKA (1)

[W]

14. 11. 2018.

WYKŁAD 6

$$q \in Q \xrightarrow{k} SE(3)$$

$$\downarrow R^n \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$R^n \xrightarrow{k(q)} R^6 \quad \downarrow$$

$$x = k(q) = \begin{bmatrix} R_0^n(q) \cdot \Gamma_0^n(q) \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_0^n(q) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$R_0^n(q) \text{ RPY } (x, \beta, \gamma)$$

Przestrzeń konfiguracyjna - konfiguracje

n - wymiar przestrzeni

$$q \in \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$

$$S^1 \rightarrow kq + \begin{pmatrix} 0 \\ 2\pi \end{pmatrix}$$

$k(q)$ - kinematyka współrzędnych

Manipulator nieredundantny?

Manipulator redundantny $\rightarrow$ nieskończenie wiele sposobów na osiągnięcie punktu

$$X - \text{przestrzeń zadaniowa} \quad \begin{cases} X = k(Q) = \{ q \in Q : k(q) = x \} \\ x = k(q) \end{cases}$$

2° Działa tylko gdy $m=6$

$$X_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \text{pos} \\ \text{orient} \end{bmatrix}$$

Przestrzeń zadaniowa to wszystkie punkty $\cup R^3$, które mogą być osiągnięte z każdej orientacji.

Manipulator RTR $\rightarrow$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1(a_2 + a_3 c_\beta) \\ a_1(a_2 + a_3 s_\beta) \\ a_2 + a_3 s_\beta \end{bmatrix}$$

$$\text{RPY} \begin{cases} \alpha = q_1 + \frac{\pi}{2} \\ \beta = q_2 + \frac{\pi}{2} \\ \gamma = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$J_a(q)$
↓
jacobian
analizy

$$x = \begin{bmatrix} x \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = k(q) = \begin{bmatrix} k_1(q) \\ k_2(q) \\ k_3(q) \end{bmatrix}$$

$$J_a(q) = \frac{\partial k}{\partial q}$$

$$J_a(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial k_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial k_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial k_2}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial k_2}{\partial q_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial k_m}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial k_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} (m \times n)$$

Przykład *

$$J_a(q) = \begin{bmatrix} -s_1(a_2 + a_3 c_3) & 0 & -a_3 c_1 s_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = k(q)$$

$$\dot{x} = \frac{\partial k}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dt} = J_a(q) \dot{q}$$

Konfiguracja regularna

$$q: \text{rank } J_a(q) = m (= \min(m, n))$$

Konfiguracja nieregularna (osobliwa)

$$q: \text{rank } J_a(q) < m$$

Jakobian ~ ukladanie
przeobrażeni

$$J_s(q)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_0^n + [V_0^n] (\omega_0^n)_s \\ (\omega_0^n)_s \end{bmatrix} = J_s(q) \dot{q}$$

Jakobian ~ ukladanie
cięża

$$J_b(q)$$

$$\begin{bmatrix} (R_0^n)^T \dot{T}_0^n \\ (\omega_0^n)_b \end{bmatrix} = J_b(q) \dot{q}$$

$$\begin{bmatrix} R_0^n(q) & T_0^n(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jakobian manipulatora (geometrycznego) $\rightarrow$ ocena
precyzności
płetwa

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_0^n \\ (\omega_0^n)_s \end{bmatrix} = J_m(q) \dot{q} = \begin{bmatrix} J_{m1} & J_{m2} & \dots & J_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

J_{mi}

Liczony J_{mi} czyli
i-tą kolumnę J_m

Ⓐ przekład obrotowy
przeobrażenie
przekład kątowy
~ ukladanie (i-1)

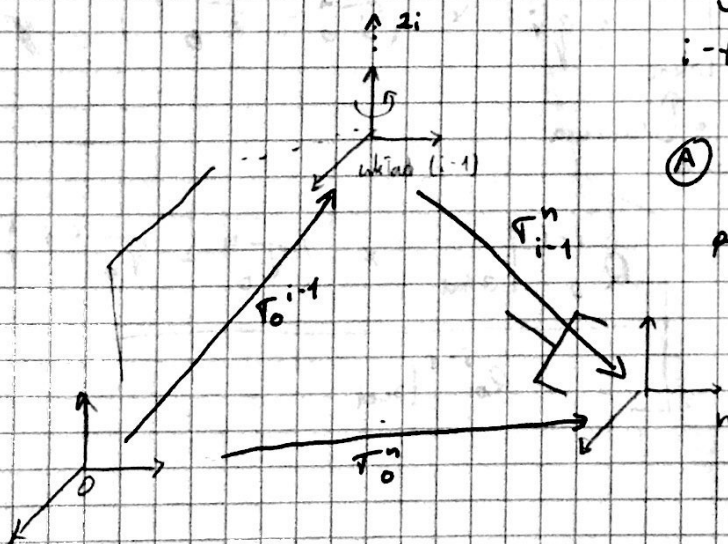
$$e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$e_3 \cdot \dot{q}_i$$

~ ukladanie '0'

$$(R_0^{i-1} e_3) \dot{q}_i = R_0^{i-1} [e_3] \cdot \dot{q}_i$$

$$(e_3 \dot{q}_i) \times (V_{i-1}^n)$$



~ ukladanie (i-1)

$$e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$e_3 \cdot \dot{q}_i$$

~ ukladanie '0'

$$(R_0^{i-1} e_3) \dot{q}_i = R_0^{i-1} [e_3] \cdot \dot{q}_i$$

$$(e_3 \dot{q}_i) \times (V_{i-1}^n)$$

Wzrostek (i-1)

$$\begin{bmatrix} R_0^n & \tau_0^n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^{i-1} & \tau_0^{i-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{i-1}^n & \tau_{i-1}^n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_0^n & \tau_0^n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^{i-1} R_{i-1}^n & R_0^{i-1} \tau_{i-1}^n + \tau_0^{i-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wzrostek

$$\tau_0^n = R_0^{i-1} \tau_{i-1}^n + \tau_0^{i-1}$$

$$(R_0^{i-1})^T (\tau_0^n - \tau_0^{i-1}) = \tau_{i-1}^n$$

Wzrostek (0)

$$R_0^{i-1} (e_3 q_i \times \tau_{i-1}^n) = (R_0^{i-1} e_3 q_i) \times (R_0^{i-1} \tau_{i-1}^n)$$

$$= R_0^{i-1} \begin{bmatrix} | & \\ \text{3 kol} & \\ \hline & \end{bmatrix} \cdot q_i \times (\tau_0^n - \tau_0^{i-1})$$

↑
top 3 columns
square

$$\int \frac{\begin{bmatrix} R_0^{i-1} | \text{3 kol} \\ \hline R_0^{i-1} | \text{3 kol} \end{bmatrix} \times (\tau_0^n - \tau_0^{i-1})}{R_0^{i-1} | \text{3 kol}} = J_{mi}(q_i)$$

⑥ Pręguł transłacyjny

$$J_{ui} = \begin{bmatrix} R_0^{i-1} & | & z_{kol} \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & & 0 \\ 0 & & 0 \\ 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

↑
bo translacja nie powoduje obrotu

DRUGI SPOSÓB

$$J_m(q)\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_0^n \\ (\omega_0^n)_s \end{bmatrix}$$

W części obrotowej
jest uproszczenie

W części translacyjnej
= definiujemy:

$$\frac{\partial \sigma_0^n}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \dots + \frac{\partial \sigma_0^n}{\partial q_n} \dot{q}_n$$