ROBOTYKA (1)

05. 12. 2018 r.

[W]

WYKŁAD 9

→ Do poprzedniego $\nearrow (m \times n)$ [macierz]

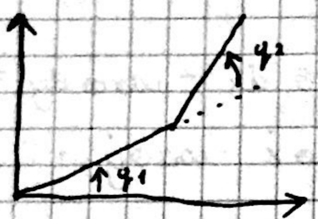
$$M(q) = J(q)\, J^T(q)$$

MANIPULOWALNOŚĆ

$$m(q) = \sqrt{\det M(q)}$$

gdy $m = n$ $\quad m(q) = \det |J(q)|$

$$\det(JJ^T)$$



$$m(q) = a_1 a_2 |s_2|$$

Elipsoida ??

Jeśli transformujemy siły to najlepsze są konfiguracje osobliwe, gdzy położenie regularne.

Jak przekłada się ruch w przegubach na ruch efektora → MANIPULOWALNOŚĆ

Maksymalizujemy $\quad m(q) = a_1 a_2 |s_2|$

$$q_2 = \pm \frac{\pi}{2}$$

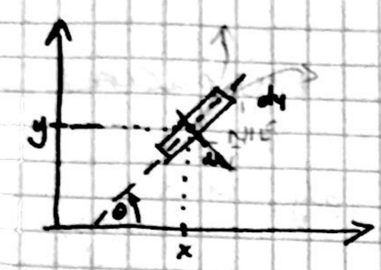
$$m(q) = a_1 a_2$$

$$a_1 + a_2 = a$$

Najlepiej:

$$a_1 = a_2$$

KINEMATYKA ROBOTÓW MOBILNYCH (KOŁOWYCH)



$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$ styczna: $\frac{dy}{dx} = tg\,\theta = \frac{\sin(\theta)}{\cos\theta}$

$$\sin\theta\, dx - \cos\theta\, dy = 0$$

$$\sin\theta\, \dot{x} - \cos\theta\, \dot{y} + 0 \cdot \dot{\theta} = 0$$

brak poślizgu poprzecznego

$$\begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = 0$$

$A(q)\,\dot{q} = 0$ -> ograniczenia w formie Pfaffa

[nqd] rank $A(q) = r$ (pełny)

r - liczba ograniczeń

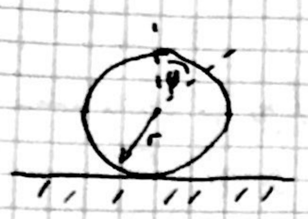
$r = 1$ (bo jedno równanie)

Jak sprawdzamy ? -> liczymy wyznacznik

↑

Konfiguracja osobliwa ?

Odometria - na podstawie ilości obrotów ustala się położenie. W momencie gdy istnieje poślizg nadmierny to położenie nie jest dokładne.



$\dot{\varphi} \rightarrow$ prędkość obrotowa.

$\dot{\varphi} \cdot r \rightarrow$ prędkość liniowa

$$v = \dot{\varphi} \cdot r$$

$$\dot{x} = v \cos\theta$$
$$\dot{y} = v \sin\theta$$

$$v = v \cdot 1 = v\cos^2\theta + v\sin^2\theta = \\ = \dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta$$

Poszukiwany q

$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix}$$

Brak poślizgu wzdłużnego

$$\dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta + 0 \cdot \dot{\theta} - r\dot{\varphi} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = 0$$

Dla braku poślizgu wzdłużnego i poprzecznego

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & -r \\ \sin\theta & -\cos\theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = 0$$

$\rightarrow$ Jak skonstruować wektor zawsze prostopadły (zależny od θ)?

$$\begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta & 0 \end{bmatrix} \perp \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} [\cos\theta \quad \sin\theta \quad \underset{\substack{\Downarrow \\ \text{dowolne}}}{0}] \\ [0 \quad 0 \quad 1] \end{pmatrix}$$

$g_1(q) = [\cos\theta \ \sin\theta \ 0]^T$

$g_2(q) = [0 \ 0 \ 1]^T$

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{q} = \sum_{i=1}^{m} g_i(q) u_i$$

$m = n - r$

$u_i \rightarrow$ sterowania

$g_1(q) = [\cos\theta \quad \sin\theta \quad 0]^T$

$g_2(q) = [0 \quad 0 \quad 1]^T$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \cos\theta \, u_1 \\ \dot{y} = \sin\theta \, u_1 \\ \dot{\theta} = u_2 \end{cases} \quad \Downarrow$$

$u_2 \rightarrow$ prędkość kątowa

W przypadku podwójnego ograniczenia: $u_1 \rightarrow$ prędkość liniowa

$r = 2$
$n = 4$
$\Downarrow$
$m = 2$

$$g_1(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g_2(q) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ 0 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} a_1 c_\theta + a_2 s_\theta - r a_3 = 0 \\ a_1 s_\theta - a_2 c_\theta = 0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} a_1 = a\cos\theta \\ a_2 = a\sin\theta \end{matrix}\right\} \rightarrow \text{sobie tak podstawimy}$$

$$a c_\theta^2 + a s_\theta^2 = r a_3$$

$$a = r a_3$$

sobie bierzemy $a_3 = 1$ $\quad a = r$

$$g_2(q) = \begin{bmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$