

MATERIAŁY DO TWORZENIA OPRACOWANIA DOSTĘPNE W LINKU PONIŻEJ
+PARKING NA KURSORY

[illegible]

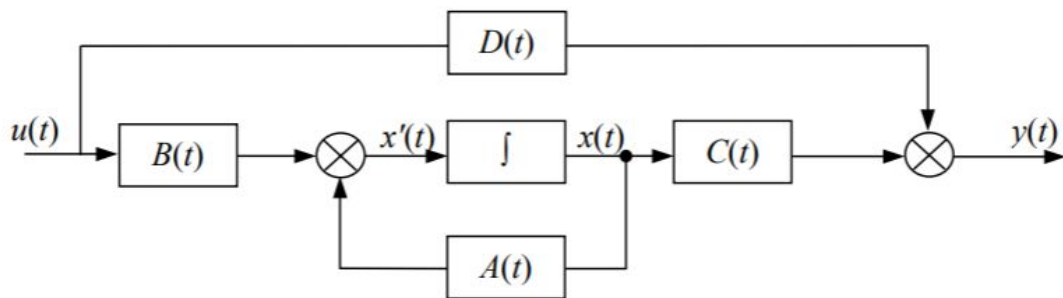
DZIAŁ 1

1. Równanie stanu

Nazywane czasami opisem w przestrzeni stanów lub modelem zmiennych stanu. Sposób na reprezentację modelu matematycznego układu graficznego.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$



gdzie:

$x(t)$ - wektor n zmiennych stanu (poszukiwane rozwiązanie układu)

$u(t)$ - wektor m zmiennych wejściowych (funkcje wymuszające na wejściach)

A - macierz stanu (fundamentalna) - podstawowa macierz układu o wymiarze $n \times n$

B - macierz wejść o wymiarze $n \times m$

C - macierz wyjść

D - macierz przenoszenia (sterowania bezpośredniego)

2. Macierze transmitancji

Określenie macierzy, która wiąże wejście z wyjściem w przypadku układów o wielu wejściach i wyjściach. Jeśli $Y(s)$ jest wektorem wyjść, a $U(s)$ jest wektorem wejść układu o wielu wejściach i wyjściach to wielkości te wiąże macierz transmitancji

$G(s) \rightarrow Y(s) = G(s) \cdot U(s)$ Przy zerowych warunkach początkowych.

3. Sterowalność i obserwowalność

Sterowalność- Możliwość wpływania na stan badanego obiektu. Obiekt dynamiczny

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

jest sterowalny dla dowolnych stanów x_0 i x_F , jeżeli istnieje sygnał sterujący $u(t)$, który przemieści stan obiektu ze stanu x_0 do stanu x_F w skończonym czasie przy spełnieniu

warunków początkowych. Obiekt jest sterowalny gdy macierz $S = [b, Ab, A^2b, \dots, A^{k-1}b]$ jest pełnego rzędu (kryterium rzędu macierzy Kalmana). Można też to sprawdzić za pomocą wyznacznika macierzy z nawiasu Liego.

Obserwowalność- własność mówiąca czy na podstawie odczytu sygnału sterującego oraz odczytu sygnał wyjściowego możliwe jest określenie wewnętrznego stanu obiektu w

dowolnej chwili początkowej. Obiekt jest obserwowalny gdy macierz $Q = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \\ \vdots \\ c^T A^{k-1} \end{bmatrix}$ jest pełnego rzędu (macierz Kalmana).

4. Macierze podobne

Macierze kwadratowe, stopnia n . Macierz A i B nazywamy podobnymi, jeżeli istnieje taka macierz T , że :

$$B = T \cdot A \cdot T^{-1}$$

gdzie T jest (dowolną) macierzą o niezerowym wyznaczniku, nazywana macierzą przekształcenia przez podobieństwo. Macierze takie są równoważne.

Podobieństwo zapisuje się: $B \approx A$. Macierze podobne mają takie same:

- Wielomiany charakterystyczne
- Wartości własne
- Wektory własne
- Wyznaczniki
- Ślady

5. Opisy (postacie) kanoniczne

Twierdzenie. *Każdy system sterowalny ma opis równoważny, w którym*

$$TAT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{k-1} \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad Tb = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$a_0, a_1, \dots, a_{k-1}$ – współczynniki wiel. charakterystycznego macierzy A

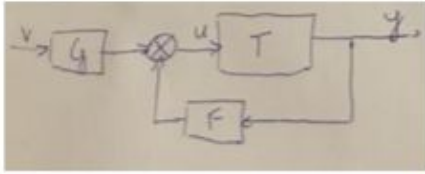
Twierdzenie. *Każdy system obserwowalny ma opis równoważny, w którym*

$$TAT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{k-1} \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad c^T T^{-1} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]$$

$a_0, a_1, \dots, a_{k-1}$ – współczynniki wiel. charakterystycznego macierzy A

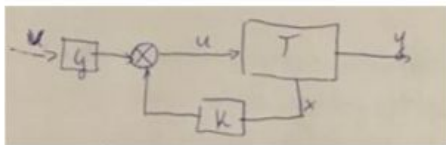
6. Sprzężenie zwrotne od wyjścia i od stanu

Sprzężenie zwrotne od wyjścia



W przypadku sprzężenia zwrotnego od wyjścia, wyjście mnożone jest przez macierz F i podawane jest na wejście systemu.

Sprzężenie zwrotne od stanu



$$u = -Kx + Gv$$

7. Zadanie przesuwania (lokowania) biegunów

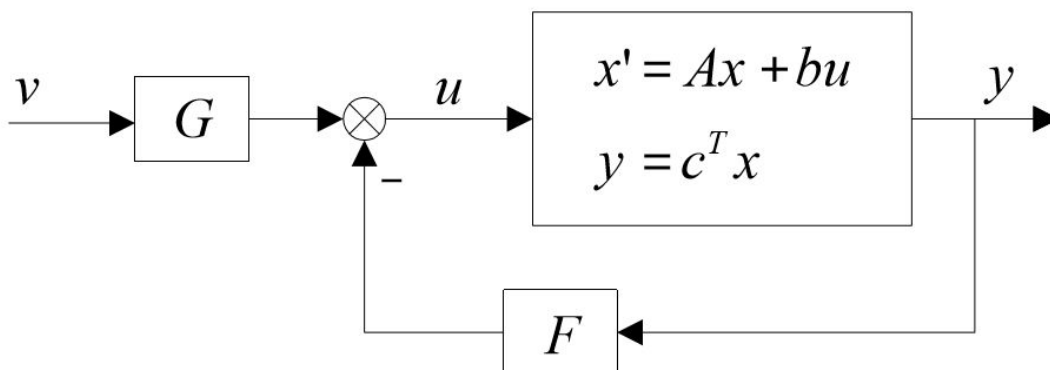
W teorii sterowania metoda projektowania układów ze sprzężeniem zwrotnym lokująca bieguny układu zamkniętego w określonych wcześniej miejscach płaszczyzny s . Lokowanie biegunów jest potrzebne ponieważ odpowiadają one wartościom własnym układu, które kształtują charakterystyki układu. Aby tę metodę można było stosować układ musi być sterowalny

Dane są A , b i c oraz pożądaný wielomian charakterystyczny układu zamkniętego

$$w_z(s) = s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_1s + d_0$$

Wyznaczyć macierz F taką, że

$$\det(sI - A_z) = \det(sI - A + bFc^T) = w_z(s)$$



DZIAŁ 2

8. Sterowanie optymalne

Sterowanie optymalne polega na znalezieniu takiego sterowania dla zadanego układu, by pewne kryteria optymalności zostały spełnione dla tego sterowania. Problem sterowania obejmuje funkcjonal kosztów, który jest funkcją stanu i zmiennych związanych ze sterowaniem. Przedstawia się układ równań różniczkowych opisujących przebiegi zmiennych związanych ze sterowaniem. Zmienne te minimalizują funkcjonal kosztów.

Przykłady problemów wykorzystujących sterowanie optymalne:

- Przeprowadzanie obiektu z jednego stanu w drugi w najkrótszym czasie.
- Ekonomiczne zużycie paliwa.
- Optymalne tłumienie zmienne w układach pomiarowych.

9. Optymalizacja statyczna i dynamiczna

Optymalizacja dynamiczna zazwyczaj poszukuje optymalnego ciągu decyzji w danym przedziale czasu, takiego który zapewni ekstremum wskaźnika jakości sterowania. Szukamy ekstremum funkcjonału.

Optymalizacja statyczna poszukuje najlepszego punktu pracy (ekstremum funkcji).

10. Pojęcie funkcjonału, przestrzeni funkcyjnej, otoczenia

Funkcjonał to ogólniejsze pojęcie funkcji. Argumentem funkcjonału jest funkcja.

Jest to mapowanie przypisujące funkcji $x(t)$ liczbę Q , czyli przypisuje funkcji z przestrzeni wektorowej (przestrzeni funkcji) wartość skalarną.

11. Typowe kryteria kosztów sterowania

Minimum czasowe – gdy ma być zminimalizowany czas

Minimum energetyczne – gdy ma być zminimalizowana energia

Minimum średnio-kwadratowe – gdy układ ma otrzymać oraz wypromieniować jak najmniejszą ilość energii \

Całka kwadratu uchybu

Kryterium z normą $H-\infty$ określa się w oparciu o normę Euklidesowa z $p = \infty$

12. Elementy rachunku wariacyjnego

Podstawowym zadaniem rachunku wariacyjnego jest znajdowanie ekstremalnych wartości funkcjonałów o postaci całek oznaczonych. W rachunku wariacyjnym poszukujemy takiej funkcji $q_0(r)$, dla której funkcjonal $U[q] = \int_a^b F(q(r))dr$ ma tę własność, że w $U[q_0 + \delta q] < U[q_0]$ przypadku maksimum i minimum, $U[q_0 + \delta q] > U[q_0]$ gdzie $\delta(q)$ jest małą wariacją funkcji $q(r)$.

13. Równanie Eulera-Lagrange'a

Służy do znajdowania ekstremów funkcjonałów danych całką.

dla funkcjonału S zależnego od funkcji jednej zmiennej $x(t)$ i jej pierwszej pochodnej $x'(t)$

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(x(t), x'(t), t) dt$$

ania Eulera-Lagrange'a przyjmują postać:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial x'} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0.$$

, gdzie $L = K - V$

Rozwiązaniem tego równania są funkcje $x(t)$, dla których S jest stacjonarne.

14. Metoda mnożników Lagrange'a

Metoda mnożników Lagrange'a technika pozwalająca na sprowadzenie zadania optymalizacji z ograniczeniami do zadania bez ograniczeń. metoda obliczania [ekstremum warunkowego](#) funkcji różniczkowalnej.

Jeżeli funkcja $f(x)$ ma ekstremum warunkowe w punkcie x^* , przy warunku $G(x)=0$, to w punkcie $x=x^*$ spełniony jest układ równań:

równań

$$\begin{cases} f'(x) = \Lambda \circ G'(x) \\ G(x) = 0 \end{cases}$$

gdzie

$$\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^T$$

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ – tzw. mnożniki Lagrangea

15. Zasada maksimum Pontryagina, funkcja Hamiltona

Zasada bazująca na równaniach Lagrange'a oraz równaniach Hamiltona. Mówi ona, jakie sterowanie $u(t)$ należy użyć do układu sterowania, aby uzyskać wynik optymalizujący zadane kryterium sterowania $L(x, u)$. Przy rozwiązywaniu tego zagadnienia stosowany jest diagram fazowy (portret fazowy).

Utwórzmy [hamiltonian](#) $H(x, \psi, u) = \psi^T f(x, u) - L(x, u)$. Wówczas istnieje $x^*(t), \psi^*(t), u^*(t) \in \mathbb{R}^n$ spełniające równania kanoniczne Hamiltona:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x, u) = \frac{\partial H(x^*, \psi^*, u^*)}{\partial \psi}, \\ \frac{d\psi}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial x}. \end{aligned}$$

takie, że $H(x^*(t), \psi^*(t), u^*(t)) = \max_u H(x^*(t), \psi^*(t), u) = a$, gdzie:

$a = 0$ dla czasu t swobodnego lub

$a = \text{const}$ dla czasu ograniczonego.

16. Zasada Bellmana

Każdy końcowy odcinek BCD optymalnej trajektorii stanu ABCD związanej ze stanem początkowym $x(0)$ jest optymalną trajektorią stanu związaną ze stanem pośrednim $x(t)$. Strategia optymalna nie zależy od historii procesu i może być określona na podstawie stanu procesu w chwili t .

Przykład:

Jeśli trasa WROCŁAW - WARSZAWA - PODLASIE jest optymalna to WARSZAWA - PODLASIE też jest optymalna

17. Równanie Hamiltona-Jacobiego-Bellmana

$$S(x(t), t) \triangleq \min_{u \in U[t, t_k]} \left(\int_t^{t+\Delta t} g(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau + S(x(t+\Delta t), t+\Delta t) \right)$$

po rozwinięciu funkcji $S(x(t+\Delta t), t+\Delta t)$ w szereg Taylora względem punktu $S(x(t), t)$ i przejściu $\Delta t \rightarrow 0$ otrzymuje się równanie Hamiltona-Jacobiego-Bellmana

Stanowi warunek konieczny optymalności procesu sterowania

18. Programowanie dynamiczne

Strategia projektowania algorytmu stosowana do zagadnień optymalizacyjnych.

Polega na podziale problemów na podproblemy względem kilku parametrów. W odróżnieniu od innych technik nie są one rozłączne ale musi je cechować własność optymalnej podstruktury.

Wymyślił je Richard Bellman!

Metoda postępowania w programowaniu dynamicznym:

- 1 Minimalizujemy prawą stronę równania HJB traktując x , $S_x(x, t)$ i t jako parametry, uzyskujemy

$$u(x, S_x(x, t), t).$$

- 2 Wstawiamy $u(x, S_x(x, t), t)$ do równania HJB.
- 3 Rozwiązujemy je przy warunku granicznym

$$S(x, t_k) = 0.$$

19. Regulator liniowo-kwadratowy (LQR)

Rozwiązuje problem LQ - czyli taki, gdzie układ dynamiczny opisano za pomocą układu liniowych równań różniczkowych, a koszt opisano funkcjonalem kwadratowym.

Robi tak ponieważ wykorzystuje algorytm matematyczny minimalizujący funkcję kosztów przy określaniu nastaw regulatora sterującego.

Posiada sprzężenie zwrotne

Kwadratowy funkcjonal (funkcja kosztów):

$$G = \underbrace{x^T(t_k)F(t_k)x(t_k)}_{\text{koszt stanu końcowego}} + \int_{t_0}^{t_k} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

Przykład sterowania optymalnego przy użyciu LQR (chodzi o sterowanie u) [minimalizuje ono funkcje kosztów]:

Zastosować sprzężenie zwrotne od stanu

$$u(t) = -Kx(t),$$

gdzie

$$K = R^{-1}B^T P(t),$$

zaś $P(t)$ jest rozwiązaniem równania różniczkowego *Riccatiego*

$$A^T P(t) + P(t)A - P(t)BR^{-1}B^T P(t) + Q = -P'(t),$$

z warunkiem brzegowym

$$P(t_k) = F(t_k).$$

20. Sterowanie predykcyjne (MPC)

Cykliczne rozwiązywanie zadania sterowania optymalnego z warunkiem początkowym równym aktualnej estymacji stanu obiektu. Zastosowania do regulacji obiektów trudnych (niestabilnych, oscylujących, nieliniowych, niestacjonarnych).

W tradycyjnym układzie regulacji sterowanie jest generowane w oparciu o funkcję uchybu $\varepsilon(t)$ w chwili bieżącej i w chwilach poprzednich.

W sterowaniu predykcyjnym buduje się model obiektu i wylicza prognozę jego zachowania się. Sposób sterowania uwzględnia przewidywane zachowanie się obiektu w przyszłości.

1. Na podstawie obecnych i przeszłych pomiarów wejścia, wyjścia i stanu (ew. szacowanych), stosując model obiektu (wzór opisujący jego zachowanie), wyznaczyć prognozę wyjścia na H_p chwil "w przyszłość"

$$\bar{y}_{k+1}, \bar{y}_{k+2}, \dots, \bar{y}_{k+H_p}$$

Prognozowane wartości wyjść wyznaczone w etapie 1 zależą oczywiście od wartości przyszłych sterowań (są ich funkcjami).

2. Przy danym żadanym (zadanym) procesie wyjściowym $y_{\dot{z},k+1}, y_{\dot{z},k+2}, \dots, \bar{y}_{\dot{z},k+H_p}$ zminimalizować wskaźnik kosztu sterowania

$$J(u_{k+1}, \dots, u_{k+H_s}) = \sum_{t=k+1}^{H_p} \left\{ w_y (\bar{y}_t - y_{\dot{z},t})^2 + w_u (\Delta u_t)^2 \right\},$$

gdzie w_y i w_u to wagi, zaś $\Delta u_t = u_t - u_{t-1}$, tzn. preferujemy małe zmiany sterowania.

3. Z uzyskanego rozwiązania optymalnego $u_{k+1}^*, \dots, u_{k+H_s}^*$ w chwili kolejnej, tj. $t = k + 1$ podać na wejście obiektu wartość u_{k+1}^* (tylko pierwszą wartość z ciągu optymalnego wyznaczonego w chwili k).
4. Przesunąć horyzont czasowy o jeden, tzn. chwilą obecną staje się $t = k + 1$, okresem prognozy chwile

$$t = k + 2, k + 3, \dots, k + H_p + 1,$$

a horyzontem sterowania

$$t = k + 2, k + 3, \dots, k + H_s + 1$$

5. Przejść do etapu 1 powtarzając optymalizację dla przesuniętego horyzontu.

21. Heurystyczne metody optymalizacji (symulowane wyżarzanie, algorytmy genetyczne)

Symulowanie wyżarzanie

Rodzaj algorytmu heurystycznego przeszukującego przestrzeń alternatywnych rozwiązań problemu w celu wyszukania rozwiązań lepszych. Sposób działania symulowanego wyżarzania nieprzypadkowo przypomina zjawisko wyżarzania w metalurgii. Stosowany przy szukaniu ucieczki z optimum lokalnego. Optimum lokalne

Algorytm genetyczny

Rodzaj heurystyki przeszukującej przestrzeń alternatywnych rozwiązań problemu w celu wyszukania rozwiązań najlepszych.

22. Podstawy teorii decyzji w warunkach losowych

Parametr generowany przez przyrodę - θ (np. wielkość jutrzejszych opadów) Znana funkcja gęstości prawdopodobieństwa $f(\theta)$. Musimy podjąć decyzję d co do wartości, jaką uzyska θ

23. Pojęcie funkcji strat i ryzyka

Ryzyko jest wartością oczekiwaną funkcji strat

Funkcja strat to koszt jaki poniesiemy gdy podejmiemy decyzję $D1$ a prawdziwy parametr będzie równy θ

Ryzyko (*ang. risk*) – wartość oczekiwana funkcji strat

$$R(d) = EL(d, \theta) = \int L(d, \theta) f(\theta) d\theta$$

Występują różne rodzaje funkcji strat:

- funkcja typu moduł (najbardziej optymalna decyzja gdy $\rightarrow F(d) = \frac{1}{2}$, gdzie,

$$F(\theta) = \int_{-\infty}^{\theta} f(\theta) d\theta$$

- typu delta (najlepsza decyzja $\rightarrow$ parametr θ najbardziej prawdopodobny)
- kwadratowa funkcja strat (optymalna decyzja $\rightarrow E \theta$)

DZIAŁ 3

24. Regulacja PID

Regulator stosowany w układach regulacji składający się z trzech członów proporcjonalnego, całkującego i różniczkującego. Najczęściej jego celem jest utrzymanie wartości wyjściowej na określonym poziomie zwanym wartością zadaną. Poglądowe działanie członów

P – kompensuje uchyb bieżący

I – kompensuje akumulację uchybów z przeszłości

D – kompensuje uchyby w przyszłości

Ważona suma z 3 członów stanowi podstawę sygnału podanego na człon wykonawczy w celach regulacji procesów.

P $\rightarrow$ TERAŹNIEJSZOŚĆ

I $\rightarrow$ PRZESZŁOŚĆ

D $\rightarrow$ PRZYSZŁOŚĆ

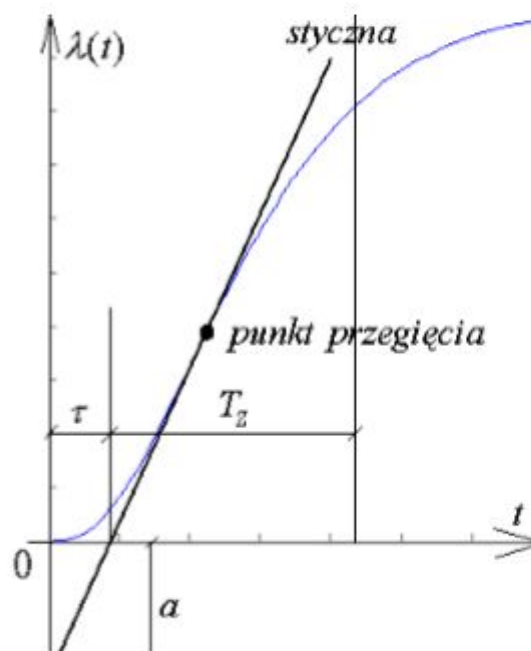
25. Strojenie regulatorów, I i II metoda Zieglera-Nicolsa

Dobór nastaw regulatora polega na określeniu optymalnych wartości parametrów poszczególnych członów tak aby uzyskać pożądane sterowanie. Stabilność stanowi wymóg zasadniczy ale poza tym różne układy zachowują się w inny sposób, różne zastosowania wiążą się z różnymi wymaganiami i wymagania mogą być sobie przeciwstawne.

I metoda polega na aproksymacji parametrów odpowiedzi skokowej. Jest ona typowa dla obiektów stosowanych w praktyce co pozwala na uniwersalność tej metody. Po wyznaczeniu charakterystyki skokowej należy wstawić linię styczną do przebiegu odpowiedzi w punkcie przegięcia. Odczytujemy stałą czasową T i opóźnienie t i na ich podstawie wyznaczamy nastawy.

Uwaga! Nie znamy $K_O(s)$, dokonujemy aproksymacji

$$K_{approx}^{(1)}(s) = \frac{ke^{-s\tau}}{T_Z s + 1}$$



II metoda jest łatwiejsza w stosowaniu ze względu na brak konieczności wykreślania stycznej. Należy doprowadzić tylko układ do granicy stabilności. Jest to możliwe poprzez zwiększenie współczynnika K_p . W momencie granicy stabilności odczytamy dane.

Możliwa do zastosowania dla obiektów stabilnych wyższych rzędów
 Nie trzeba aproksymować
 Doprowadzamy UAR z regulatorem typu P do granicy stabilności
 (zwiększając k_p)

Typ regulatora	k_p	T_i	T_d
P	$0,5k_{p,kryt}$	∞	0
PI	$0,45k_{p,kryt}$	$T_{osc}/1,2$	0
PID	$0,6k_{p,kryt}$	$T_{osc}/2$	$T_{osc}/8$

26. Metoda funkcji opisującej

Metoda ta stanowi przybliżoną analizę układów nieliniowych, oparta jest na linearyzacji.
 Polega na analizie układu nieliniowego przez transmitancję układu liniowego, która zależy od amplitudy sygnału wejściowego

$$u(t) = A \sin \omega t$$

$$y(t) = a_0 + \sum_{k=0}^{\infty} (b_k \sin k\omega t + c_k \cos k\omega t),$$

funkcja opisująca (transmitancja przybliżająca)

$$J(s) = \frac{Y_1(s)}{U(s)} = \frac{b_1 + jc_1}{A}.$$

27. Nadążność układów regulacji

Algorytm działania realizuje przebieg wielkości sterowanej x , który nie jest znany. Zmiany x nie zależą od procesu zachodzącego wewnątrz UAR ale są wywoływane zjawiskami zachodzącymi poza tym układem. Zadaniem tego układu jest takie sterowanie obiektem, aby zmiany wielkości regulowanej nadążały za zmianami wartości zadanej. Wartość zadaną nazywa się *wielkością wiodącą*.

Sygnał zadający będzie wielomianem stopnia r

$$y_z(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \dots + a_r t^r$$

Układ otwarty - ma h biegunów zerowych (h jest też nazywane stopniem astatyzmu)(to jest to samo)(ja tego ze sobą nie kojarzyłam, a w pytaniu może być tak nazwane ;))

$$K_{otw}(s) = \frac{L_{otw}(s)}{M_{otw}(s)} = \frac{L_{otw}(s)}{s^h N_{otw}(s)}$$

wtedy:

$$h > r \quad \varepsilon(t) \rightarrow 0$$

$$h = r \quad \varepsilon(t) \rightarrow \varepsilon_{ust}$$

$$h < r \quad |\varepsilon(t)| \rightarrow \infty$$

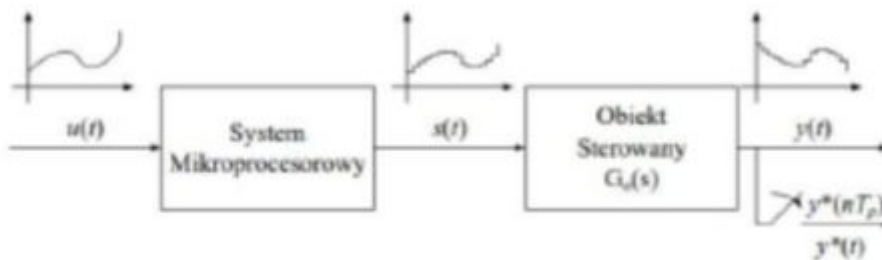
jeśli stopień astatyzmu < stopień wielomianu -> układ nie nadążny

28. Sterowanie dyskretne procesami z czasem ciągłym

Ingerujemy w sterowanie jedynie w dyskretnych chwilach czasu ($t=nT$ gdzie $n=0,1,2,\dots$)

Okres dyskretyzacji T jest z góry określony Dwie koncepcje:

- sterowanie impulsowe w chwili $0, T, 2T, \dots$ generujemy odpowiednio zmodulowane impulsy Diraca, a pomiędzy tymi chwilami sterowanie jest zerowe
- sterowanie odcinkami stałe - wartość sterowania $u(nT)$ obowiązuje aż do chwili $t=(n+1)T$



a

29. Dyskretyzacja, pojęcie impulsatora i ekstrapolatora

obliczenia cyfrowe wykonywane są dla czasu dyskretnego, zatem aby przekształcić sygnał analogowy na cyfrowy potrzebujemy **impulsatora**. Generuje on ciąg delt diraca aby na wyjściu podać nam wejściowy sygnał przemnożony przez ten ciąg - w praktyce oznacza to dyskretyzację tego sygnału:

jeżeli wejściem impulsatora jest $u(t)$ to jego wyjściem jest

$$u^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u(nT) \delta(t - nT)$$

$u^*(t)$ jest ciągiem modulowanych impulsów Diraca: $u(0)\delta(t)$, $u(T)\delta(t - T)$, $u(2T)\delta(t - 2T)$,...

Ekstrapolator wykonuje działanie w pewien sposób odwrotne. Jest przetwornikiem cyfrowo-analogowym. Na jego wejście podaje się wyjście impulsatora. Wyjściem ekstrapolatora jest funkcja odcinkami stała:

$$\bar{u}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u(nT) [1(t - nT) - 1(t - (n+1)T)]$$

DZIAŁ 4

30. Regulacja adaptacyjna

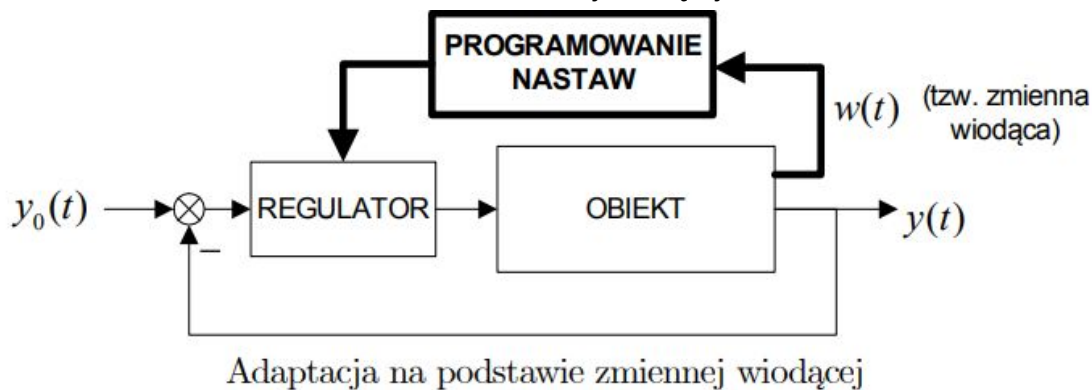
Metoda sterowania w której regulator dopasowuje parametry.

Sterowanie adaptacyjne nie potrzebuje informacji a priori o granicach niepewnych lub zmiennych właściwości obiektu.

Regulator charakteryzuje się nastawialnymi parametrami i zawsze zawiera w sobie mechanizm który pozwala na nastawę tych parametrów. Metoda ta znacznie różni się od sterowania odpornego, w którym nie trzeba zmieniać zasady sterowania - tutaj jest to wręcz pożądane (jesteśmy na to przygotowani).

31. Metoda zmiennej wiodącej, metoda pośrednia i bezpośrednia

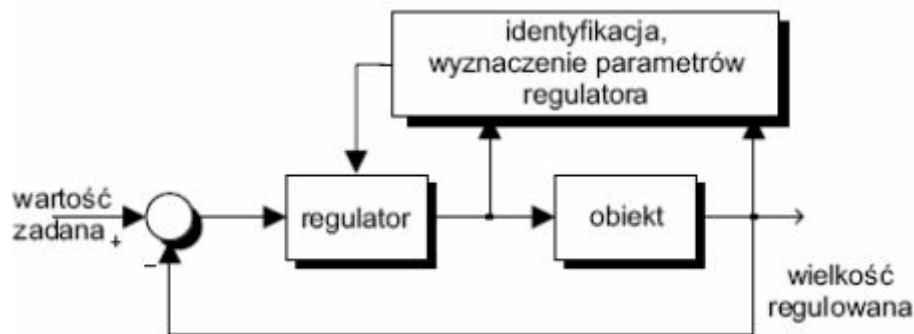
Metoda zmiennej wiodącej



Charakteryzuje się określonymi zmianami swoich wartości zachodzącymi wcześniej niż zmiany wartości innej grupy zmiennych które określa się jako zmienne naśladowujące.

Istotą tej regulacji jest stałe uzależnienie parametrów regulatora od zmiennej wiodącej, która pozwala osiągnąć cel regulacji i jest dostępna pomiarowo.

Metoda pośrednia i bezpośrednia



pośrednia regulacja adaptacyjna - identyfikowanym modelem jest model obiektu. Na podstawie znajomości modelu obiektu i celu regulacji dokonujemy syntezy regulatora, wyznaczając jego parametry. Oznacza to, że do właściwych parametrów regulatora dochodzi się pośrednio, tzn. za pośrednictwem obiektu

bezpośrednia regulacja adaptacyjna - identyfikowanym modelem jest model docelowego regulatora. W wyniku identyfikacji otrzymuje się bezpośrednio parametry regulatora.

32. Identyfikacja obiektów metodą najmniejszych kwadratów

Standardowa metoda przybliżania rozwiązań układu równań, w którym jest ich więcej niż zmiennych. Nazwa oznacza, że układ rozwiązany tą metodą minimalizuje sumę kwadratów błędów przy rozwiązaniu każdego z równań.

33. Problemy skorelowania, metoda zmiennych instrumentalnych

Problem skorelowania

Składnik losowy jest zależny od zmiennych objaśniających model.

Metoda zmiennych instrumentalnych

pozwala na uzyskanie zgodnych estymatorów w przypadku występowania korelacji między zmiennymi objaśniającymi, a składnikiem losowym. Jest ona uogólnieniem MNK. Polega ona na zastąpieniu oryginalnych zmiennych objaśniających wartościami dopasowanymi uzyskanymi z regresji pomocniczej wykorzystującej zmienne instrumentalne. Instrumenty powinny być skorelowane ze zmiennymi objaśniającymi, ale nie powinny być skorelowane z błędem losowym.

34. Rekurencyjna wersja algorytmu NK

Algorytm w uproszczeniu polega na znalezieniu takich parametrów prostej w przestrzeni (w szczególnym przypadku płaszczyzny), które dadzą najmniejszą wartość sumy kwadratów odległości od punktów pomiarowych.

Klasyczna wersja tego algorytmu może być stosowana w regresji liniowej, prostych predykcji zachowania się cen rynku mieszkań, ale wymaga operowania na istniejącym już zbiorze pomiarów. Jeśli pomiarów przybywa w czasie obliczeń, algorytm jest nieoptymalny, ponieważ wymaga liczenia od początku wszystkich błędów kwadratowych.

W sytuacjach gdzie zajmujemy się procesami stochastycznymi, zależy nam na czasie obliczeń oraz w szczególnym przypadku gdy parametry systemu się zmieniają, warto jest użyć rekurencyjnej metody najmniejszych kwadratów. Jego zasada działania opiera się na dość prostym pomysle: *Jeśli mam średnią z N pomiarów, to jak szybko policzyć średnią z $N+1$ pomiarów?*

Takie zagadnienie rozwiązuje algorytm RLS- Recursive Least Squares

Wzorki:

The RLS algorithm for a p -th order RLS filter can be summarized as

Parameters: p = filter order

λ = forgetting factor

δ = value to initialize $\mathbf{P}(0)$

Initialization: $\mathbf{w}(n) = 0$,

$x(k) = 0, k = -p, \dots, -1$,

$d(k) = 0, k = -p, \dots, -1$

$\mathbf{P}(0) = \delta I$ where I is the [identity matrix](#) of rank $p + 1$

Computation: For $n = 1, 2, \dots$

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \vdots \\ x(n-p) \end{bmatrix}$$

$$\alpha(n) = d(n) - \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n-1)$$

$$\mathbf{g}(n) = \mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}(n)\{\lambda + \mathbf{x}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}(n)\}^{-1}$$

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1) - \mathbf{g}(n)\mathbf{x}^T(n)\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)$$

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \alpha(n)\mathbf{g}(n).$$

The recursion for $\mathbf{P}$ follows an [Algebraic Riccati equation](#) and thus draws parallels to the [Kalman filter](#).^[3]

35. Ważone NK (z wsp. zapominania)

Metoda ważona dla wersji rekurencyjnej dodaje do równania parametr lambda, który odpowiada za zapominanie poprzednich pomiarów. Gdy lambda maleje to rośnie wariancja ale obciążenie maleje. Obciążenie to taki parametr estymatora, który mówi jak bardzo wartość wyestymowana (właściwie to jej wartość oczekiwana) różni się od rzeczywistej wartości parametru, wariancja to miara średniej wartości odchylenia wartości od wartości oczekiwanej.

Różnica wartości oczekiwanej estymatora i wartości rzeczywistej maleje (estymator lepiej pracuje)

Wzrasta średnia wartość odchyżeń od wartości oczekiwanej. (wartość oczekiwana bliższa rzeczywistej, ale odchylenia od niej większe)

W skrócie: mniejsza lambda - estymaty są bardziej rozstrzelone wokół prawdziwej wartości, ale średnia z kilku estymat jest bliższa prawdzie.

36. Śledzenie parametrów obiektów niestacjonarnych

Do estymacji parametrów obiektów niestacjonarnych stosuje się metody takie jak METODA NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW oraz FILTR KALMANA.

37. Zapominanie wykładnicze i radykalne, strojenie wag, minimalizacja błędu MSE

Zapominanie wykładnicze

Linia krzywa przedstawiająca zależność między ilością przechowywanej informacji w pamięci a upływem czasu jaki nastąpił od momentu ich zapamiętania

Zapominanie radykalne - od zera

Informacje są wyrzucane z pamięci bezpośrednio po otrzymaniu sygnału

Błąd MSE

błąd średniokwadratowy estymatora θ' nieobserwowalnego parametru θ jest wartością oczekiwaną kwadratu różnicy pomiędzy estymatorem a wartością estymowaną.

Minimalizacja błędu MSE

Sposobem na minimalizację błędu MSE jest filtr Kalmana lub aproksymacja średniokwadratowa, której celem jest minimalizacja błędu na przedziale $[a,b]$. Istotność błędu w poszczególnych punktach mierzy się za pomocą funkcji wagowej $w(x)$. Jeśli funkcję $f(x)$ próbuje się przybliżać za pomocą $g(x)$ to minimalizuje się błąd:

$$E = \int_a^b w(x)(g(x) - f(x))^2 dx.$$

38. Estymacja stanu, filtr Kalmana

Algorytm rekurencyjny wyznaczający estymatę wektora stanu modelu liniowego dyskretnego. ukł. dynamicznego. Mierzy wyjście i wejście układu. Jest odporny na szum biały (o rozkładzie normalnym/gaussowskim). Można go stosować do układów niestacjonarnych.

Działa na zasadzie naprzemiennej predykcji i korekcji:

1. Predykcja stanu na podstawie poprzednich pomiarów i modelu układu.
2. Wprowadzenie poprawki na podstawie świeżych pomiarów.

Jest on mało intensywny obliczeniowo i wymaga pamiętania tylko poprzedniej estymaty (jak rekurencyjny MNK).

Klasyczne zastosowania - GPS, systemy pozycjonowania inercyjnego, łączenie danych z kilku czujników.

39. Rozszerzony filtr Kalmana

W rozwiniętym filtrze Kalmana przeprowadza się linearyzację przez rozwinięcie funkcji nieliniowych w szereg Taylora. Wykorzystuje się zwykle pierwszy wyraz rozwinięcia w szereg. Pozwala to na estymację stanu układów nieliniowych.

40. Metody dekompozycji macierzy stosowane w automatyce (rozkład spektralny, LU, Cholesky'ego, QR, Hausholdera, SVD)

Twierdzenie spektralne –

Każda *macierz normalna* może zostać *zdiagonalizowana* (przy pomocy odpowiedniej *macierzy przejścia*)

LU -

lower-upper (LU) decomposition

Let A be a square matrix. An **LU factorization** refers to the factorization

$$A = LU.$$

In the lower triangular matrix all elements above the diagonal are zero, i.e.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}.$$

Rozkład Choleskiego lub rozkład Banachiewicza:

jest procedurą rozkładu symetrycznej, dodatnio określonej macierzy A na iloczyn postaci:

$$A = LL^T,$$

gdzie L jest dolną macierzą trójkątną, a L^T jej transpozycją.

Jedynie w przypadku macierzy symetrycznych i dodatnio określonych możliwy jest rozkład Choleskiego. Jeśli A jest dodatnio określoną macierzą hermitowską, to rozkład Choleskiego ma postać:

$$A = LL^*.$$

QR -

Rozkład QR [edytuj]

Rozkład QR – w [algebrze liniowej](#) rozkład macierzy A do postaci iloczynu dwóch macierzy $A = QR$, gdzie Q jest [macierzą ortogonalną](#) ($Q^T Q = I$) i R jest [macierzą trójkątną górną](#)^[1]. Na bazie rozkładu QR możliwa jest realizacja [metody najmniejszych kwadratów](#)^[2] oraz metod rozwiązywania układów równań liniowych^[1].

Metoda Householdera

Metoda Householdera pozwala znaleźć rozkład QR dowolnej macierzy prostokątnej $m \times n$.

SVD

Rozkład wg wartości szczególnych (SVD)

Definicja

Wartościami szczególnymi macierzy A nazywamy pierwiastki kwadratowe wartości własnych macierzy $A^T A$.

Twierdzenie

Dowolną macierz A o rozmiarach $m \times n$ można wyrazić w postaci

$$A = PDQ$$

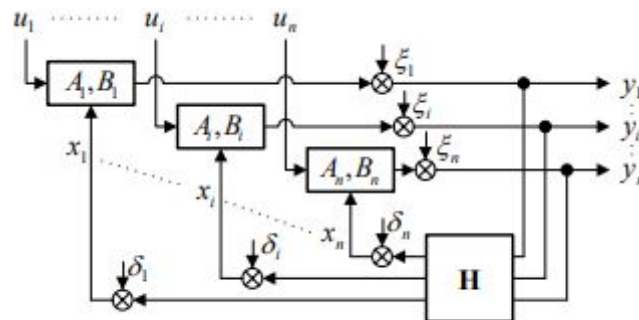
gdzie P i Q są macierzami unitarnymi stopnia $m \times m$ i $n \times n$, zaś D jest macierzą przekątniową o rozmiarach $m \times n$.

Wnioski z dowodu [Kincaid, Cheney, str. 277]:

- 1) tylko $r = \text{rank}(A)$ pierwszych elementów diagonalu macierzy D jest niezerowych
- 2) zmieniając kolejność tych elementów można uzyskać $r!$ różnych rozkładów SVD dla tej samej macierzy A

DZIAŁ 5

41. Systemy złożone i ich identyfikowalność



System złożony

- System składa się z wielu elementów, obiekty (podsystemy) wchodzące w skład systemu są ze sobą połączone i wzajemnie zależne.
- Mogą wystąpić ograniczenia w dostępności pomiarowej sygnałów.
- Identyfikowalność pojedynczych obiektów prostych wchodzących w skład systemu nie implikuje identyfikowalności całego systemu
- Ewentualne sprzężenia zwrotne przenoszą zakłócenia wyjścia na wejście

Element i -ty jest identyfikowalny w złożonym systemie o dowolnej strukturze połączeń wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek:

$$\text{rank } H[K^{(1)}, \dots, K^{(i-1)}, K^{(i+1)}, \dots, K^{(n)}] = \dim x$$

gdzie $K^{(i)}$ oznacza i -ty blok kolumnowy macierzy

42. Sterowanie metodą bezpośrednią i wielopoziomową

Sterowanie wielopoziomowe

- **warstwa adaptacji** - umożliwia uwzględnienie niestacjonarności procesu, tzn. zmiany jego parametrów z upływem czasu
- **warstwa optymalizacji** - generuje optymalny (technologicznie), żądany przebieg procesu
- **warstwa sterowania bezpośredniego** - realizuje klasyczne zadanie regulacji zdefiniowane przez warstwy nadrzędne

Przykład: Samochód rajdowy, kierowca, pilot.

Pilot (warstwa optymalizacji) jako znawca trasy podaje prędkość z jaką należy wejść w zakręt, uwzględniając warunki pogodowe (adaptacja). Kierowca (sterowanie bezpośrednie) bezkrytycznie realizuje polecenia pilota (warstwa nadrzędna).

Problem sterowania został zdekomponowany (pilot nie musi posiadać prawa jazdy, kierowca nie musi znać trasy).

Pilot, jako warstwa nadrzędna, jest ważniejszy (błędna decyzja może spowodować wypadek).

43. Optymalizacja wielopoziomowa

44. Optymalizacja dwupoziomowa z Dekompozycja i koordynacja

$P(w) \rightarrow \max(w), w=(v,m)$

$\max(w)P(w) = \max(v,m)P(v,m) = \max(v)[\max(m)P(v,m)]$

Optymalizacja w [] odbywa się przy ustalonym v (zadanym z góry)

v - zmienne decyzyjne górnego poziomu tzw. zmienne koordynujące

Na poziomie dolnym staramy się dokonać dekompozycji

$m=(m_1, m_2, \dots, m_n)$ i rozwiązać zadania częściowo równoległe.

45. Metody koordynacji

Metoda kar

warstwa górna

$$\bar{Q} = \psi(\bar{Q}_1(y_d, r_{d_1}), \dots, \bar{Q}_n(y_d, r_{d_n})) \rightarrow \max_{y_d, r_d}$$

warstwa dolna

$$\bar{Q}_i = Q_i(u_i, x_i) - K(y_i - y_{d_i}) \rightarrow \max_{u_i}$$

Metoda cen

warstwa górna

$$\phi(\lambda) = \sum_i Q_i(u_i(\lambda), x_i(\lambda)) + \langle \lambda, x(\lambda) - Hy(\lambda) \rangle \rightarrow \min_{\lambda}$$

warstwa dolna

$$\tilde{Q} = Q_i(u_i, x_i) + \langle \lambda_i, u_i \rangle - \langle \mu_i, y_i \rangle \rightarrow \min_{u_i}$$

Metoda bezpośrednia

warstwa górna

$$Q = \psi(Q_1(y_d, r_{d_1}), \dots, Q_n(y_d, r_{d_n})) \rightarrow \max_{y_d, r_d}$$
$$\sum_i r_{d_i} \leq r_0$$

warstwa dolna

$$Q_i(u_i, x_i) \rightarrow \max_{u_i}$$
$$x_i = H_i y_d, \quad (u_i, x_i) \in C_i, \quad r_i \leq r_{d_i}$$

problem: dla pewnych (y_d, r_d) , zadanie dolnego poziomu może nie mieć rozwiązania

$$(y_d, r_d) \in YR$$

zbiór YR – trudny do wyznaczenia (zależy od ograniczeń i struktury systemu)

46. Przykład obiektu dynamicznego pracującego w systemie złożonym (reaktor chemiczny)

NIE BĘDZIE (tak powiedział)

DZIAŁ 6

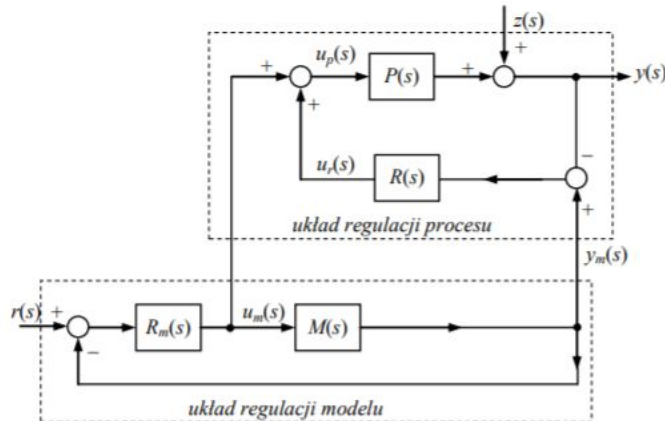
47. Sterowanie odporne (struktury typu MFC)

- Sterowanie odporne (inaczej krzepkie) (ang. robust control) jest projektowane tak, aby regulator działał poprawnie w warunkach, gdy pewne parametry obiektu są "niepewne" (niedokładnie wyznaczone lub zmieniające się w ograniczonym zakresie)
 - Odporność to tolerancja błędów podczas identyfikacji lub dla zmian parametrów w czasie. Nawet jeśli model matematyczny naszego układu nie jest 100 % prawidłowy, to UAR powinien być stabilny a regulacja bliska optymalnej.
 - Sterowanie odporne gwarantuje, że jeśli zachodzące w obiekcie zmiany leżą w pewnych granicach, to nie trzeba zmieniać przyjętej zasady sterowania.
- sporo o MFC jest w testo, lubi ten temat, może dać w otwartych**

- Przykładem nieskomplikowanego, odpornego UAR o dobrych właściwościach jest układ śledzący z modelem -> Model Following Control (MFC)

1. Struktura układu MFC i jej własności

Schemat blokowy układu regulacji typu MFC przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat blokowy struktury MFC: $P(s)$, $R(s)$, $M(s)$, $R_m(s)$ – transmitancja procesu, regulatora procesu, modelu procesu nominalnego i jego regulatora, odpowiednio; $r(s)$, $z(s)$ – sygnały: wartości zadanej i zakłóceń; $y(s)$, $y_m(s)$ – sygnały wielkości regulowanej procesu i modelu; $u(s)$, $u_p(s)$ – sygnały sterujące z regulatora modelu, procesu oraz sygnał sterujący procesem

Fig. 1. The structure of a robust model following control (MFC) system with a plant model $M(s)$, plant $P(s)$, plant controller $R(s)$ and model controller $R_m(s)$

MFC na bieżąco aktualizuje model obiektu, którym steruje.

<https://www.controleng.com/articles/the-basics-of-model-following-control/>

DZIAŁ 7

48. Sterowanie rozmyte

W sterowaniu rozmytym między stanem 0 a 1 rozciąga się szereg wartości pośrednich, które określają stopień przynależności do zbioru. Na sterowanie rozmyte składa się:

- Rozmycie (fuzyfikacja)
- Funkcja przynależności
- Wyostrzenie (defuzyfikacja)

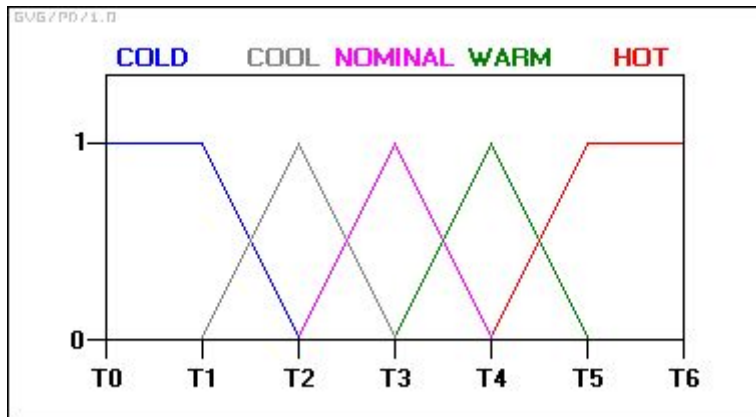
Dane podstawiane są na wejście regulatora i ulegają rozmyciu. Na podstawie zbioru reguł i rozmytych danych obliczana jest funkcja przynależności. Na podstawie funkcji przynależności obliczana jest wartość wyjścia regulatora.

49. Funkcje przynależności i operatory logiczne

Określa stopień przynależności który stanowi dla nas informacje jak daleko element Y jest oddalony od podzbioru Z.

Operatory logiczne

- AND - $\min(a,b)$ minimum dwóch zbiorów - koniunkcja/iloczyn
- OR - $\max(a,b)$ maksimum dwóch zbiorów - alternatywa/suma
- NOT - jeśli element zbioru to 0.4 to po negacji jest 0.6 czyli $1-A(x)$ - negacja



Założmy, że mierzymy temperaturę.

Jeżeli wartość temperatury byłaby gdzieś między T1 a T2, to przynależałaby trochę do grupy COLD, a trochę do COOL - jak bardzo do której zależy od tego, czy temp. jest bliżej T1, czy T2.

Progi T1, T2... są dostarczane w postaci 'lookup table' i są tak jakby nastawami tego regulatora, często dobieranymi empirycznie.

50. Wyostrzanie

Ostatni blok sterowania rozmytego. Na jego wejście trafia wynikowa funkcja przynależności. Żeby ją wprowadzić zmieniona jest na konkretne wartości liczbowe.

51. Nieliniowa regulacja PD z zastosowaniem tablic sterowań (lookup tables)

Wiedza uzyskana od ekspertów:

Gdy uchyb jest równy ε_1 to sterowanie powinno być u_1 .

Gdy uchyb jest równy ε_2 to sterowanie powinno być u_2 .

.

.

.

Gdy uchyb jest równy ε_N to sterowanie powinno być u_N .

Wiedza wstępna – zbiór N par:

$$\{(\varepsilon_k, u_k)\}_{k=1}^N$$

Chodzi o skonstruowanie funkcji $u = f(\varepsilon)$, która możliwie dobrze przybliży to, co powiedzieli eksperci.

52. Modelowanie charakterystyk nieliniowych (metoda jądrowa i ortogonalna)

$$\hat{f}(\varepsilon) = \frac{\sum_{k=1}^N u_k K\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_k}{h(N)}\right)}{\sum_{k=1}^N K\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_k}{h(N)}\right)}$$

$K()$ - funkcja jądra, o dużych wartościach w pobliżu zera, tzn. selekcyjująca punkty ε_k bliskie argumentowi ε .

$h(N)$ parametr strojenia (wygładzania), taki że $h(N) \rightarrow 0$ i $Nh(N) \rightarrow \infty$, gdy $N \rightarrow \infty$.

Uwaga: nie zakładamy, znajomości postaci (wzoru) funkcji $f()$

53. Równość Parsevala

Tożsamość, która wynika z własności unitarności transformaty Fouriera, co można określić, że suma (całka) kwadratów funkcji równa się sumie (całce) kwadratów jej transformaty.

54. Układy ortogonalne funkcji

Ortogonalność

Uogólnienie pojęcia prostokątności znanego z geometrii euklidesowej na abstrakcyjne przestrzenie z określonym iloczynem skalarnym jak np przestrzenie unitarne czy ortogonalne.

Elementy x i y przestrzeni unitarnej X z iloczynem skalarnym $\langle \cdot, \cdot \rangle$ nazywa się ortogonalnymi, gdy

$$\langle x, y \rangle = 0$$

Układ ortogonalny

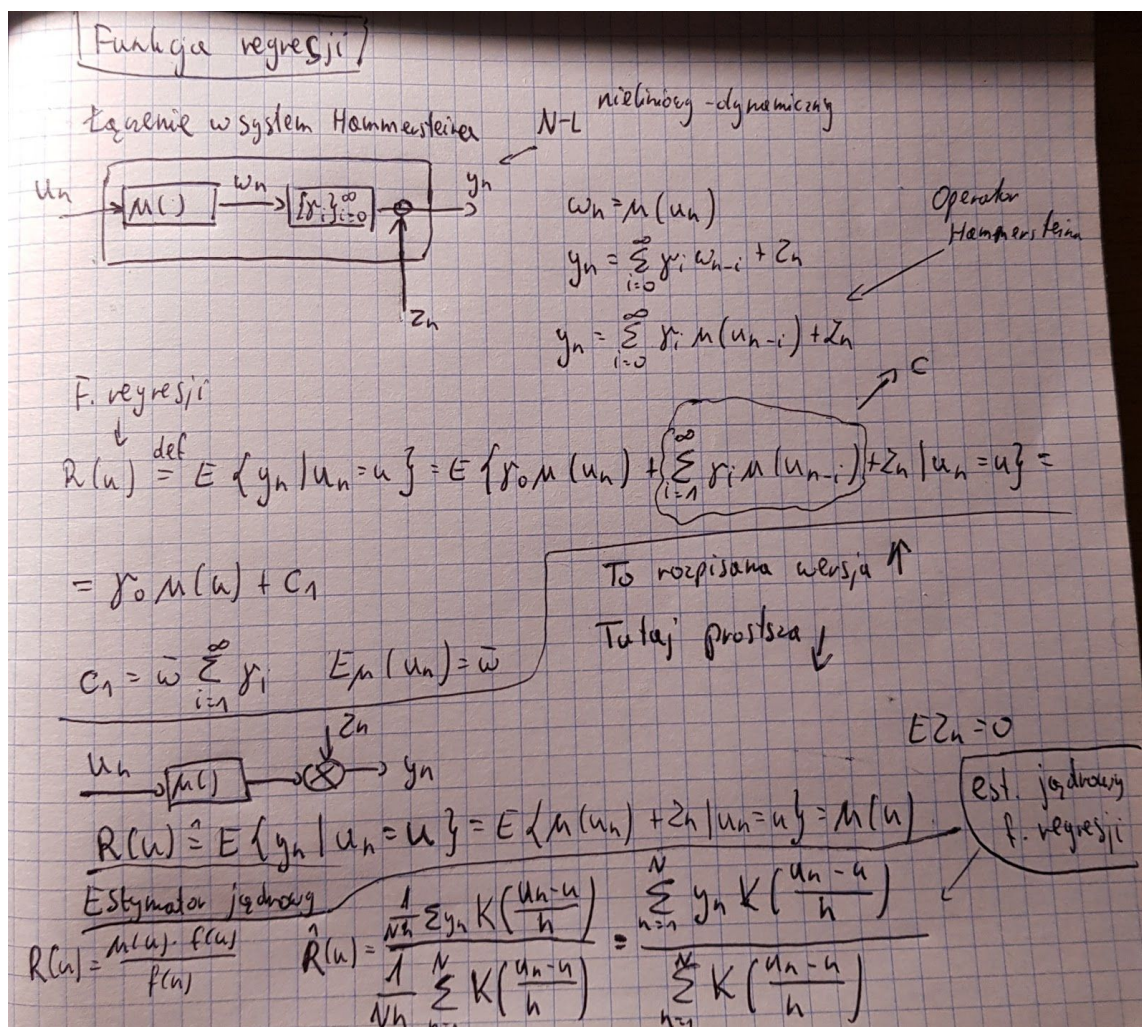
Podzbiór A przestrzeni unitarnej X nazywa się układem ortogonalnym gdy każde 2 różne jego elementy są ortogonalne.

DZIAŁ 8

55. Systemy nieliniowe

Nieliniowe równanie różniczkowe $\cdot F(y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y, x^{(m-1)}, \dots, x, t) = 0$: Układ nieliniowy pobudzony sygnałem sinusoidalnym $\sin(\omega t)$, w przeciwieństwie do układu liniowego, daje na wyjściu dodatkowe składowe harmoniczne o innych (wyższych) pulsacjach niż pulsacja podstawowa ω .

56. Funkcja regresji



57. Systemy Hammersteina i Wienera

W skrócie polegają na tym, by system nieliniowy podzielić na złożenie części liniowej(dynamicznej) i nieliniowej(statycznej). Nieliniowe wejście - sys. Hammersteina, nieliniowe wyjście - system Wienera.

Pozwala to np. na próbę dopasowania sterowania do części liniowej i potem dostrojenie 'na oko', żeby uwzględnić części nieliniowe.

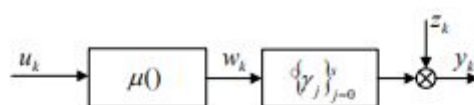


FIGURE 6. Hammerstein system

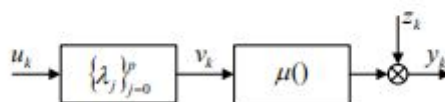
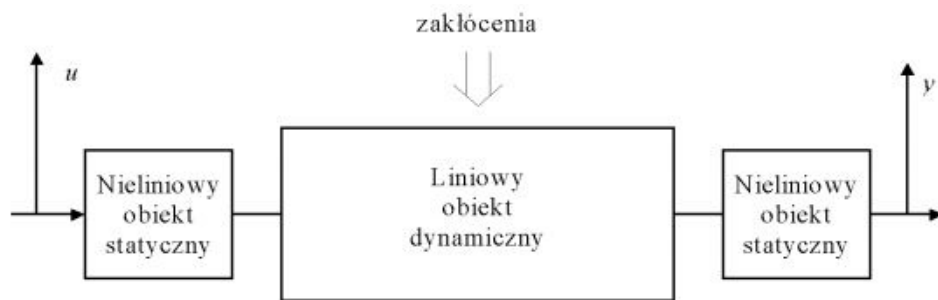


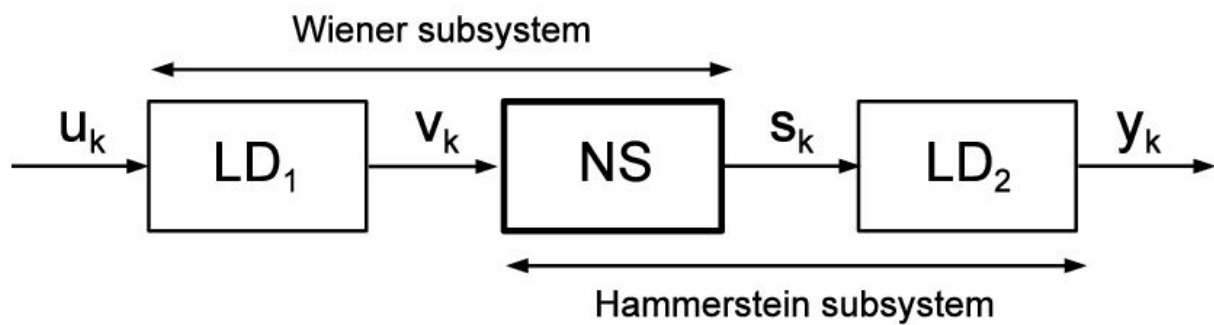
FIGURE 7. Wiener system

$\mu()$ - człon statyczny, nieliniowy

$\{\alpha\}, \{\gamma\}$ - człony dynamiczne, liniowe



Rys. 3. System Hammersteina-Wienera, zawierający jeden liniowy obiekt dynamiczny i dwie statyczne nieliniowości.



System Wienera-Hammersteina

SUPLEMENT DO OPRACOWANIA

1. Sekcja memów

Wulgarne memy nie będą usuwane. Autorzy są odpowiedzialni za ich treść.





**MUSISZ ODPOWIEDZIEĆ NA JEDNO
ZAJĘĆ SIĘ WAŻNE PYTANIE**

I POŁOWĘ DRUGIEGO. WTĘDY MASZ 3

DOBRA, DOSTANIESZ MEDAL



**ALE Z TYM BALROGIEM TO TAK
LEDWO-LEDWO DAŁEŚ RADĘ**

O stabilności systemu liniowego decyduje

warunki początkowe

prof Mzyk

postać równań wyjścia

postać równań stanu



KIEDY TESTOWNIK ZNOWU ZAWIERA BŁĘDY