

Równanie stanu

Nazywane czasami opisem w przestrzeni stanów lub modelem zmiennych stanu.

Sposób na reprezentację modelu matematycznego układu graficznego.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

gdzie:

$x(t)$ - wektor n zmiennych stanu (poszukiwane rozwiązanie układu)

$u(t)$ - wektor m zmiennych wejściowych (funkcje wymuszające na wejściach)

A - macierz stanu (fundamentalna) - podstawowa macierz układu o wymiarze $n \times n$

B - macierz o wymiarze $n \times m$

Macierze transmitancji

Określenie macierzy, która wiąże wejście z wyjściem w przypadku układów o wielu wejściach i wyjściach.

Jeśli $Y(s)$ jest wektorem wyjść a $U(s)$ jest wektorem wejść układu o wielu wejściach i wyjściach to wielkości te wiąże macierz transmitancji $G(s) \rightarrow Y(s) = G(s) * U(s)$

Sterowalność

Możliwość wpływania na stan badanego obiektu.

Obiekt dynamiczny $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ jest sterowalny dla dowolnych stanów x_0 i x_F , jeżeli istnieje sygnał sterujący $u(t)$, który przemieści stan obiektu ze stanu x_0 do stanu x_F w skończonym czasie.

Obserwowalność

własność mówiąca czy na podstawie odczytu sygnału sterującego oraz odczytu sygnału wyjściowego możliwe jest określenie wewnętrznego stanu obiektu

Macierze podobne

Macierze kwadratowe, stopnia n , spełniające równość $B = TAT^{-1}$

Macierze takie są równoważne.

Macierze podobne mają takie same:

- Wielomiany charakterystyczne
- Wartości własne
- Wektory własne
- Wyznaczniki
- Ślady

Postać kanoniczna

Standardowy sposób przedstawiania obiektu jako wyrażenia algebraicznego.

Postać kanoniczna w dziedzinie liczb naturalnych, w zapisie dziesiętnym to skończony ciąg cyfr, który nie zaczyna się od 0.

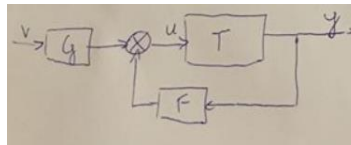
System sterowalny

$$\mathbf{TAT}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{a}^T \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{Tb} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

System obserwowalny

$$\mathbf{TAT}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{a}^T \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{T}^{-1} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

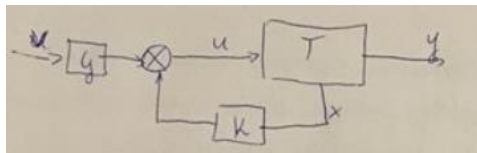
Sprzężenie zwrotne od wyjścia



W przypadku sprzężenia zwrotnego od wyjścia, wejście mnożone jest przez macierz F i podawane jest na wejście systemu.

$$u = -Fy + Gv$$

Sprzężenie zwrotne od stanu



$$u = -Kx + Gv$$

Przesuwanie biegunów

W teorii sterowania metoda projektowania układów ze sprzężeniem zwrotnym lokująca bieguny układu zamkniętego w określonych wcześniej miejscach płaszczyzny s.

Lokowanie biegunów jest potrzebne ponieważ odpowiadają one wartościom własnym układu, które kształtują charakterystyki układu.

Aby tę metodę można było stosować układ musi być sterowalny

mamy równania stanu

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u};$$

$$\underline{y} = \underline{C}\underline{x} + \underline{D}\underline{u}$$

wtedy biegunami są pierwiastki równania char. danego równaniem

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0.$$

lokowanie biegunów odbywa się poprzez oddziaływanie na wektor wejść u

niech dany będzie sygnał wejściowy proporcjonalny do wektora stanu

$$\underline{u} = -\underline{K}\underline{x}.$$

po podstawieniu

$$\dot{\underline{x}} = (\underline{A} - \underline{BK})\underline{x};$$

$$\underline{y} = (\underline{C} - \underline{DK})\underline{x}.$$

pierwiastki układu lokujące bieguny dane są równaniem char.:

$$\det [s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK})].$$

Sterowanie optymalne

Stanowi rozwinięcie rachunku wariacyjnego. Sterowanie optymalne to szczególna metoda sterowania w której sygnał sterujący optymalizuje pewne kryterium kosztu. Optymalizacja polega na znalezieniu ekstremum zadanej funkcji celu.

Na przykład w przypadku satelity, steruje się ciągami silników, które sprowadzają go na pożądaną trajektorię, tak by zużyć możliwie najmniej paliwa.

W sterowaniu optymalnym poszukuje się takiego sterowania dla danego układu przy którym spełnione zostaną pewne kryteria optymalności.

Problem sterowania ujmuje funkcjonal kosztów, który jest funkcją stanu i zmiennych związanych ze sterowaniem.

Przedstawia się układ równań różniczkowych opisujących przebiegi zmiennych związanych ze sterowaniem. Zmienne te minimalizują funkcjonal kosztów

Optymalizacja statyczna:

Sprowadza się do poszukiwania ekstremum funkcji,

zajmuje się poszukiwaniem optymalnego punktu pracy w którym wartość funkcji celu jest najlepsza. Są 2 zasadnicze grupy:

- poszukiwanie ekstremum liniowej funkcji celu przy ograniczeniach będących również funkcjami liniowymi
- poszukiwanie ekstremum dowolnej postaci przy ograniczeniach różnej postaci

Optymalizacja dynamiczna

Poszukiwanie takiego ciągu decyzji w danym przedziale czasu który zapewni ekstremum pewnego wskaźnika jakości zależącego od przebiegu zmian tej decyzji, określonym na całym przedziale czasu. Wskaźnik jakości jest więc funkcjonalem tej decyzji.

Funkcjonał

FUNKCJONAŁ jest to funkcja rzeczywista (lub urojona) określona na pewnym zbiorze funkcji.

Funkcjonał jest uogólnieniem pojęcia funkcji. Jest to mapowanie, które przypisuje funkcji z przestrzeni wektorowej wartość skalarną. Argumentem funkcjonału jest funkcja.

Dla optymalizacji dynamicznej jest to wskaźnik jakości.

Jeżeli przestrzenią wektorową jest przestrzeń funkcji to argumentem funkcjonału jest funkcja

Przestrzeń funkcyjna

Przestrzeń funkcyjna to zbiór funkcji ze zbioru X w zbiór Y , które tworzą przestrzeń (np. liniową lub topologiczną) ze względu na swoją zdefiniowaną strukturę

Otoczenie

Nazywamy pewien dowolny zbiór, który zawiera w sobie zbiór otwarty zawierający dany punkt lub funkcję

Typowe kryteria kosztów sterowania

Minimum czasowe – gdy ma być zminimalizowany czas

Minimum energetyczne – gdy ma być zminimalizowana energia

Minimum średnio-kwadratowe – gdy układ ma otrzymać oraz wypromieniować jak najmniejszą ilość energii

Kryterium z normą $H-\infty$ określa się w oparciu o normę Euklidesową z $p = \infty$

Rachunek wariacyjny

szukanie ekstremów funkcjonałów określonych na przestrzeniach funkcyjnych

Funkcjonał $Q\{x(t)\}$ osiąga lokalne minimum na krzywej $x_*(t)$ jeśli istnieje takie $\varepsilon > 0$ (otoczenie w przestrzeni krzywych), że $\|x(t) - x_*(t)\| < \varepsilon \Rightarrow Q\{x(t)\} \geq Q\{x_*(t)\}$

Równanie Eulera-Lagrange

Podstawowe równanie rachunku wariacyjnego służące do znajdowania ekstremów funkcjonałów danych całką. Równanie ma postać $\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{x}} \right) - \left(\frac{\delta L}{\delta x} \right) = 0$

Warunek konieczny, niewystraczający

Metoda mnożników Lagrange

Metoda obliczania ekstremum warunkowego funkcji różniczkowalnej wykorzystywana w teorii optymalizacji.

METODA MNOŻNIKÓW LAGRANGE'A jest techniką pozwalającą na sprowadzenie zadania optymalizacji z ograniczeniami do zadania bez ograniczeń.

Stosuje się ją w teorii ekonomii w celu rozwiązania problemu wyboru konsumenta, w którym konsument maksymalizuje swoją funkcję użyteczności, tak aby nie przekroczyć ograniczenia budżetowego.

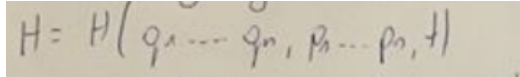
Zasada maksimum Portygina

Zasada bazująca na równaniach Lagrange i równaniach Hamiltona.

Mówi ona jakie sterowanie $u(t)$ należy użyć do układu sterowania aby uzyskać wynik optymalizujący zadane kryterium sterowania. Przy rozwiązywaniu tego zagadnienia stosowany jest diagram fazowy.

Funkcja Hamiltona

Funkcja współrzędnych uogólnionych i pędów uogólnionych opisująca układ fizyczny


$$H = H(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n, t)$$

q, p – współrzędne i pędy uogólnione

n – stopni swobody

t – czas

Programowanie dynamiczne

Strategia projektowania algorytmu stosowana do zagadnień optymalizacyjnych. Opiera się na podziale problemu na pod problemy, względem kilku parametrów.

Zagadnienia odpowiednie dla programowania dynamicznego cechuje również zastosowanie metody siłowej co prowadzi do ponad wielomianowej liczby rozwiązań podproblemów, podczas gdy liczba problemów jest wielomianowa.

Metoda programowania dynamicznego dla problemów optymalnego sterowania z czasem ciągłym:

1. Z minimalizacji prawej strony równania HJB wyznacza się sterowanie w funkcji stanu x , pochodnej funkcji Bellmana $S_x(x, t)$ i czasu t

$$u^o(x, S_x(x, t), t),$$

przy czym wielkości $x, S_x(x, t), t$ traktowane są jako parametry; realizacja tego punktu wymaga rozwiązania zadania optymalizacji funkcji wielu zmiennych z ograniczeniami i z parametrami,

2. Funkcję u^o podstawia się do równania HJB redukując je do, ogólnie biorąc, nieliniowego równania różniczkowego o pochodnych cząstkowych rzędu pierwszego

$$-S_t(x, t) = g(x, u^o(x, S_x(x, t), t), t) + S_x(x, t)f(x, u^o(x, S_x(x, t), t), t)$$

z warunkiem granicznym

$$S(x, t_1) = 0.$$

3. Rozwiązuje się zredukowane równanie HJB (analitycznie lub numerycznie) określając w ten sposób sterowanie optymalne w układzie ze sprzężeniem zwrotnym

$$u^o(x, t) \doteq u^o(x, S_x(x, t), t).$$

Regulator liniowo-kwadratowy (LQR)

Regulator ze sprzężeniem zwrotnym, który określa rozwiązania dla tzw. problemu LQ – to jest dla przypadku w którym układ dynamiczny został opisany przez układ liniowych równań różniczkowych a koszt opisane jest funkcjonalem kwadratowym.

Chodzi w niej o określenie nastaw regulatora sterującego np. maszyną lub procesem z wykorzystaniem algorytmu matematycznego który minimalizuje funkcje kosztów

Zasada Bellmana

Każdy końcowy odcinek BCD optymalnej trajektorii stanu ABCD związanej ze stanem początkowym $x(0)$ jest optymalną trajektorią stanu związaną ze stanem pośrednim $x(t^*)$.

Strategia optymalna nie zależy od historii procesu i może być określona na podstawie stanu procesu w chwili t .

Równanie Hamiltona-Jacobiego-Bellmana:

$$S(x(t), t) \triangleq \min_{u \in U[t, t_k]} \left(\int_t^{t+\Delta t} g(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau + S(x(t+\Delta t), t+\Delta t) \right)$$

po rozwinięciu funkcji $S(x(t+\Delta t), t+\Delta t)$ w szereg Taylora względem punktu $S(x(t), t)$ i przejściu $\Delta t \rightarrow 0$ otrzymuje się równanie *Hamiltona-Jacobiego-Bellmana*

Stanowi warunek konieczny optymalności procesu sterowania

Sterowanie predykcyjne(MPC)

Sterowanie stosowane w układach regulacji automatycznej. Jest to metoda sterowania systemami dynamicznymi polegająca na cyklicznym rozwiązywaniu zadania sterowania optymalnego z warunkiem początkowym równym aktualnej estymacie stanu obiektu.

Wyznaczamy model, predyktor, przewidywalne wartości i w tym horyzoncie prognozy optymalizowaliśmy sterowanie. Jeśli nic nie daje rady, to stosujemy Heurystyczne metody optymalizacji, przypominające jakieś zjawiska.

Heurystyczne metody optymalizacji

Symulowanie wyżarzanie

Rodzaj algorytmu heurystycznego przeszukującego przestrzeń alternatywnych rozwiązań problemu w celu wyszukania rozwiązań lepszych. Sposób działania symulowanego wyżarzania nieprzypadkowo przypomina zjawisko wyżarzania w metalurgii.

Algorytm genetyczny

Rodzaj heurystyki przeszukującej przestrzeń alternatywnych rozwiązań problemu w celu wyszukania rozwiązań najlepszych. Przypomina zjawisko ewolucji biologicznej

Pojęcie funkcji strat i ryzyka

Funkcja strat

Określa jaki koszt poniesiemy gdy podejmiemy decyzję d a prawdziwy parametr będzie miał wartość θ

Przykłady funkcji :

Ryzyko

Określa wartość oczekiwaną funkcji strat.

Kwadratowa funkcja strat

Funkcja strat typu moduł

Podstawy decyzji w warunkach losowych

Parametr generowany przez przyrodę - θ (np. wielkość jutrzejszych opadów)

Znana funkcja gęstości prawdopodobieństwa $f(\theta)$.

Musimy podjąć decyzję o co do wartości, jaką uzyska θ

Regulacja PID

Regulator stosowany w układach regulacji składający się z trzech członów proporcjonalnego, całkującego i różniczkującego. Najczęściej jego celem jest utrzymanie wartości wyjściowej na określonym poziomie zwanym wartością zadana.

Poglądowe działanie członów

P – kompensuje uchyb bieżący

I – kompensuje akumulację uchybów z przeszłości

D – kompensuje uchyby w przyszłości

Ważona suma z 3 członów stanowi podstawę sygnału podanego na człon wykonawczy w celach regulacji procesów.

Strojenie regulatorów, I i II metoda Zieglera-Nicolasa

Dobór nastaw regulatora polega na określeniu optymalnych wartości parametrów poszczególnych członów tak aby uzyskać pożądane sterowanie. Stabilność stanowi wymóg zasadniczy ale poza tym różne układy zachowują się w inny sposób, różne zastosowania wiążą się z różnymi wymaganiami i wymagania mogą być sobie przeciwstawne.

I metoda polega na aproksymacji parametrów odpowiedzi skokowej. Jest ona typowa dla obiektów stosowanych w praktyce co pozwala na uniwersalność tej metody. Po wyznaczeniu charakterystyki skokowej należy wstawić linie styczną do przebiegu odpowiedzi w punkcie przegięcia. Odczytujemy stałą czasową T i opóźnienie t i na ich podstawie wyznaczamy nastawy.

II metoda jest łatwiejsza w stosowaniu ze względu na brak konieczności wykreślenia stycznej. Należy doprowadzić tylko układ do granicy stabilności. Jest to możliwe poprzez zwiększenie współczynnika K_p . W momencie granicy stabilności odczytamy dane.

Stabilność

Jeżeli rozwiązanie swobodne, które jest niezależne od wymuszenia, zanika z czasem do zera wtedy mówimy o stabilności. Stabilność zależy od pierwiastków czyli biegunów. Jeżeli znajdują się w lewej półpłaszczyźnie to rozwiązanie swobodne zanika z czasem więc układ jest stabilny.

Metoda funkcji opisującej

Metoda ta stanowi przybliżoną analizę układów nieliniowych, oparta jest na swego rodzaju linearyzacji, polega na analizie układu nieliniowego przez transmitancję układu liniowego, która zależy od amplitudy sygnału wejściowego.

Nadążność układów regulacji

Taki układ automatyki którego algorytm działania realizuje pewien przebieg wielkości sterowanej przy czym przebieg ten nie jest znany.

Sygnał sterujący x_0 jest nieznaną funkcją czasu. Zmiany sygnału sterującego x_0 nie zależą od procesu zachodzącego wewnątrz układu automatycznej regulacji ale są wywoływane zjawiskami zachodzącymi poza tym układem. Zmiany w czasie wartości wielkości zadanej $\omega = f(t)$ są zwykle również nieznane.

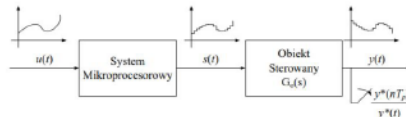
Sterowanie dyskretnie procesami z czasem ciągłymi

Ingerujemy w sterowanie jedynie w dyskretnych chwilach czasu ($t=nT$ gdzie $n=0,1,2,\dots$)

Okres dyskretyzacji T jest z góry określony

Dwie koncepcje:

- sterowanie impulsowe w chwili $0, T, 2T, \dots$ generujemy odpowiednio zmodulowane impulsy Diraca, a pomiędzy tymi chwilami sterowanie jest zerowe
- sterowanie odcinkami stałe - wartość sterowania $u(nT)$ obowiązuje aż do chwili $t=(n+1)T$



Dyskretyzacja

Polega na pobieraniu (najczęściej okresowo) próbek wartości, a więc zamiast sygnału ciągłego $x(t)$ wytwarza się ciąg $x(nT_p)$ przy czym T_p oznacza okres próbkowania. W wyniku próbkowania powstaje sygnał schodkowy

Impulastor

Przetwarza sygnał na jego przebieg dyskretny w czasie

Obiekt ciągły sterowany przez impulsator o okresie T jest systemem dyskretnym

Składa się z urządzenia próbkującego.

Jeżeli wejściem impulsatora jest $u(t)$ to wyjściem jest

$$u^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u(nT) \delta(t - nT)$$

Ekstrapolator

Przetwarza dyskretny sygnał sterujący na jego postać ciągłą w czasie, możliwą do podania na wejście obiektu ciągłego.

Jego wejściem jest ciąg impulsów Diraca $\dot{u}(t)$ a wyjściem funkcja odcinkami stała:

$$\bar{u}(t) = u(nT) \text{ dla } t \text{ należącego } [nT, (n+1)T]$$

Służy do praktycznej rekonstrukcji sygnału wykonywanego przez przetwornik analogowo-cyfrowy

Regulacja adaptacyjna

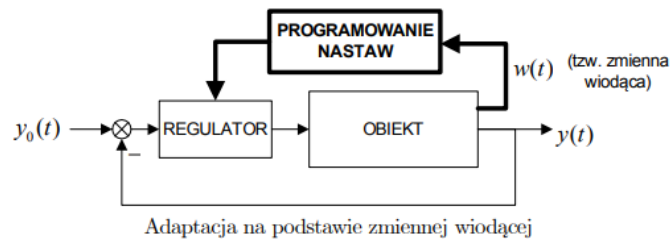
Metoda sterowania w której regulator dopasowuje parametry.

Sterowanie adaptacyjne nie potrzebuje informacji a priori o granicach niepewnych lub zmiennych parametrów. Układ regulacji adaptacyjnej jest układem regulacji w którym nastawy regulatora muszą być każdorazowo adoptowane, w przypadku zmian właściwości obiektu.

Regulator charakteryzuje się nastawialnymi parametrami i zawsze zawiera w sobie mechanizm który pozwala na nastawę tych parametrów

Metoda zmiennej wiodącej, metoda pośrednia i bezpośrednia

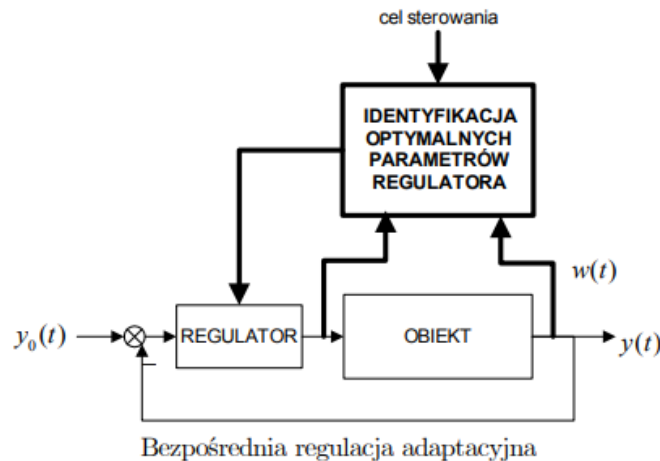
Metoda zmiennej wiodącej



Charakteryzuje się określonymi zmianami swoich wartości zachodzącymi wcześniej niż zmiany wartości innej grupy zmiennych które określa się jako zmienne naśladowujące

Metoda bezpośrednia

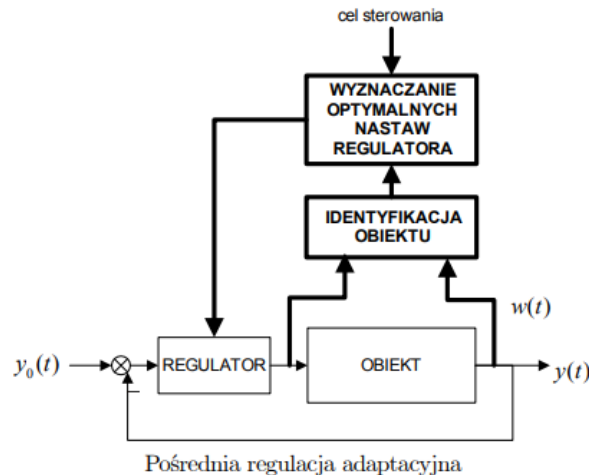
Parametry regulatora estymowane są bezpośrednio – stosuje się reparametryzację modelu, dającą bezpośrednio parametry regulatora.



Metoda pośrednia

estymowane parametry używane są do obliczenia potrzebnych parametrów regulatora.

- estymacja parametrów obiektu (procesu) – np. rekurencyjna metoda najmniejszych kwadratów;
- przekazywanie ich do części projektowej nastaw regulatora – np. metoda przesuwania biegunów.



Identyfikacja obiektu metoda najmniejszych kwadratów

Standardowa metoda przybliżania rozwiązań układu, w którym jest ich więcej niż zmiennych. Nazwa oznacza że układ rozwiązany tą metodą minimalizuje sumę kwadratów błędów przy rozwiązaniu każdego z równań

Problemy skorelowane, metoda zmienny instrumentalnych

Problem skorelowania

Składnik losowy jest zależny od zmiennych objaśniających model

Metoda zmiennych instrumentalnych pozwala na uzyskanie zgodnych estymatorów w przypadku występowania korelacji między zmiennymi objaśniającymi, a składnikiem losowym. Jest ona uogólnieniem MNK

Polega ona na zastąpieniu oryginalnych zmiennych objaśniających wartościami dopasowanymi uzyskanymi z regresji pomocniczej wykorzystującej zmienne instrumentalne. Instrumenty powinny być skorelowane ze zmiennymi objaśniającymi, ale nie powinny być skorelowane z błędem losowym.

Rekurencyjna wersja algorytmu NK

Do obliczeń on-line opracowano wersję rekurencyjną algorytmu NK, w której po każdym kolejnym pomiarze ma miejsce aktualizacja poprzednio wyznaczonych wartości parametrów.

Wartość parametrów w chwili $k+1$ równa się wartości parametrów w chwili k z poprawką wynikającą z wartości sygnałów wejściowych i wyjściowych w chwili $k+1$.

Algorytm ten nie wymaga odwracania macierzy tak jak to ma miejsce w przypadku MNK.

Ważone NK

$$\hat{\beta} = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} y$$

- Jeżeli elementy ω_i (wagi) są znane to Ω^{-1} jest macierzą diagonalną o elementach na diagonalu równych $1/\omega_i$.
- Przekształcając model mnożąc przez macierz P daną wzorem:

$$P = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{\omega_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/\sqrt{\omega_N} \end{bmatrix}$$

i stosując MNK do przekształconego modelu

- otrzymujemy estymator ważonej MNK

$$b = \left(\sum_{i=1}^n w_i x_i' x_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n w_i x_i' y_i \right)$$

w którym $w_i = 1/\omega_i$.

Śledzenie parametrów obiektów niestacjonarnych

Do estymacji parametrów obiektów niestacjonarnych stosuje się metody takie jak METODA NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW oraz FILTR KALMANA.

Układ niestacjonarny

Układ którego wyjście zależy wprost od czasu. W przypadku układu niestacjonarnego parametry układu zależą więc od czasu i opisujące układ równania stanu przybierają postać:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$

Zapominanie wykładnicze i radykalne, strojenie wag minimalizacja błędów MSE

Zapominanie wykładnicze - e^λ

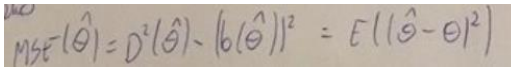
Linia krzywa przedstawiająca zależność między ilością przechowywanej informacji w pamięci a upływem czasu jaki nastąpił od momentu ich zapamiętania

Zapominanie radykalne - od zera

Informacje są wyrzucane z pamięci bezpośrednio po otrzymaniu sygnału

Błąd MSE

Błąd średniokwadratowy estymatora $\hat{\theta}$ nieobserwowanego parametru θ

Definiowany jest jako 

MSE jest wartością oczekiwaną kwadratu „błędu” czyli różnicy pomiędzy estymatorem a wartością estymowaną

Minimalizacja błędu MSE

Sposobem na minimalizację błędu MSE jest również filtr Kalmana o którym poniżej

Aproksymacja średniokwadratowa – aproksymacja, której celem jest minimalizacja błędu na przedziale $[a, b]$. Istotność błędu w poszczególnych punktach mierzy się za pomocą funkcji wagowej $w(x)$. Jeśli funkcję $f(x)$ próbuje się przybliżyć za pomocą $g(x)$, to minimalizuje się błąd

Estymacja stanu, filtr Kalmana

Estymacja stanu

Obserwacja stanu modelu rzędu rzeczywistego który wykorzystując pomiary wejść i wyjść tego układu dostarcza estymaty stanu układu

Filtr Kalmana

Algorytm rekurencyjnego wyznaczania minimalno-wariacyjnej estymaty wektora stanu modelu liniowego dyskretnego układu dynamicznego na podstawie pomiarów wyjścia oraz wejścia tego układu.

Przyjmuje się założenie że zarówno pomiar jak i proces przetworzono wewnątrz układu jest obarczony błędem o rozkładzie Gaussowskim

Rozszerzony filtr Kalmana

W rozwiniętym filtrze Kalmana przeprowadza się linearyzację przez rozwinięcie funkcji nieliniowych w szereg Taylora.

Wykorzystuje się zwykle pierwszy wyraz rozwinięcia w szereg.

Metody dekompozycji macierzy - rozkłady

Rozkład spektralny:

Tw: Każdą dodatnio określoną i symetryczną macierz A można przedstawić w postaci

$$A=PP^T$$

Gdzie P to macierz nieosobliwa (nazywana pierwiastkiem macierzy A)

Metoda LU

Metoda rozwiązywania układu równań liniowych. Nazwa pochodzi od użytych macierzy: dolnotrójkątnej oraz górnortrójkątnej

$$A=LU$$

Metoda Choleskiego

Metoda rozkładu symetrycznej, dodatnio określonej macierzy A na iloczyn postaci

$$A=LDL^T$$

Gdzie L – macierz dolnotrójkątna, D - $\text{diag}(d_i)$ $d_i > 0$

Rozkład według wartości szczególnych (SVD)

Def: Wartościami szczególnymi macierzy nazywamy pierwiastki kwadratowe wartości własnych macierzy $A^T A$

Tw: Dowolną macierz A o wymiarach $m \times n$ można określić w postaci $A=PDQ$, gdzie P i Q są macierzami unitarnymi $m \times m$ $n \times n$ zaś D jest macierzą przekątniową o rozmiarach $m \times n$.

Rozkład QR

Rozkład macierzy do postaci $A=QR$, gdzie Q jest macierzą ortogonalną a R jest górnortrójkątną. Na bazie QR realizowane jest MNK oraz metody rozwiązywania układów równań liniowych.

Metoda Housholdera

pomaga znaleźć rozkład QR dowolnej macierzy prostokątnej $m \times n$ ($m \geq n$):

$$P = I - 2\omega\omega^T, \quad \text{gdzie } \|\omega\| = 1, \text{ tj. } \omega^T\omega = 1$$

Systemy złożone i ich identyfikowalność

- System składa się z wielu elementów, obiekty (podsystemy) wchodzące w skład systemu są ze sobą połączone i wzajemnie zależne.
- Mogą wystąpić ograniczenia w dostępności pomiarowej sygnałów.
- Identyfikowalność pojedynczych obiektów prostych wchodzących w skład systemu nie implikuje identyfikowalności całego systemu
- Ewentualne sprzężenia zwrotne przenoszą zakłócenia wyjścia na wejście

Identyfikowalność

Element i -ty jest identyfikowalny w złożonym systemie wtedy i tylko wtedy gdy spełniony jest warunek:

$$\text{rank} H[k^{(1)} \dots k^{(i-1)}, k^{(i+1)} \dots k^{(n)}] = \dim x$$

gdzie k oznacza i -ty blok kolumnowy w macierzy K

Sterowanie metoda bezpośrednia i wielopoziomowa

Metoda bezpośrednia

Metoda bezpośrednia polega na n krotnym całkowaniu równania opisującego układ czyli podzieleniu licznika i mianownika przez s^n

Metoda wielopoziomowa

- Warstwa adaptacyjna – umożliwia uwzględnienie niestacjonarności procesu tzn zmiany jego parametrów z upływem czasu
- Warstwa optymalizacji – generuje optymalny technologicznie, zadany przebieg procesu
- Warstwa sterowania bezpośredniego – realizuje klasyczne zadanie regulacji zdefiniowane przez warstwy nadrzędne.

Przykład: Samochód rajdowy, kierowca, pilot.

Pilot (warstwa optymalizacji) jako znawca trasy podaje prędkość z jaką należy wejść w zakręt, uwzględniając warunki pogodowe (adaptacja). Kierowca (sterowanie bezpośrednie) bezkrytycznie realizuje polecenia pilota (warstwa nadrzędna). Problem sterowania został zdekomponowany (pilot nie musi posiadać prawa jazdy, kierowca nie musi znać trasy). Pilot, jako warstwa nadrzędna, jest ważniejszy (błędna decyzja może spowodować wypadek).

Optymalizacja dwupoziomowa z dekompozycją i koordynacją

Dekompozycja

$$P(w) \rightarrow \max_w \quad w = (v, m)$$

$$\max_w P(w) = \max_{v, m} P(v, m) = \max_v \left[\max_m P(v, m) \right]$$

optymalizacja w [] odbywa się przy ustalonym v (zadany z góry)

v - zmienne decyzyjne górnego poziomu, tzw. *zmienne koordynujące*

odpowiedni dobór zm. v – tzw. *koordynacja*

Na poziomie dolnym staramy się dokonać dekompozycji

$$m = (m_1, m_2, \dots, m_n)$$

i rozwiązywać zadania częściowe równolegle.

Na poziomie dolnym stajemy się dokonać dekompozycji i rozwiązać zadania częściowo równolegle

Koordynacja

- Metoda kar

warstwa górna

$$\bar{Q} = \psi(\bar{Q}_1(y_d, r_{d1}), \dots, \bar{Q}_n(y_d, r_{dn})) \rightarrow \max_{y_d, r_d}$$

warstwa dolna

$$\bar{Q}_i = Q_i(u_i, x_i) - K(y_i - y_{di}) \rightarrow \max_{u_i}$$

- Metoda cen

warstwa górna

$$\phi(\lambda) = \sum_i Q_i(u_i(\lambda), x_i(\lambda)) + \langle \lambda, x(\lambda) - Hy(\lambda) \rangle \rightarrow \min_{\lambda}$$

warstwa dolna

$$\tilde{Q} = Q_i(u_i, x_i) + \langle \lambda_i, u_i \rangle - \langle \mu_i, y_i \rangle \rightarrow \min_{u_i}$$

- Metoda bezpośrednia

Przykład obiektu dynamicznego pracującego w systemie złożonym : reaktor chemiczny

Podział ze względu na konstrukcję fazy, wypełnienie, typ obliczeń reaktorów, doprowadzenie ciepła, temperaturę wewnątrz, strukturę przepływu

Podlega zmianom w czasie : poprzednie stany mają wpływ na stan obecny

Występujące relacje mają charakter nieliniowy: małe zakłócenia - duże zmiany, małe zmiany - trudności w ustaleniu granic systemu

Sterowanie odporne (typu MFC)

Sterowanie odporne to metoda sterowania gwarantująca stabilność układu regulacji automatycznej nawet wtedy gdy rzeczywisty układ różni się od założonego modelu.

Odporność to tolerancja dla błędów podczas identyfikacji lub dla zmian parametrów w czasie. Nawet jeśli model nie jest całkowicie prawidłowy układ regulacji powinien być stabilny, a jego regulacja blisko optymalnej.

Struktura MFC składa się z: obiektu regulacji, regulatora korekcyjnego, modelu oraz regulatora modelu.

Sterowanie rozmyte

W sterowaniu rozmytym między stanem 0 a 1 rozciąga się szereg wartości pośrednich które określają stopień przynależności do zbioru. Na sterowanie rozmyte składa się: rozmycie (fuzyfikacja), funkcja przynależności, wyostrzenie

1. Dane podstawiane są na wejście regulatora i ulegają rozmyciu
2. Na podstawie zbioru reguł i rozmytych danych obliczana jest funkcja przynależności
3. Na podstawie f przynależności obliczana jest wartość wyjścia regulatora

Funkcje przynależności i operatory logiczne

Określa stopień przynależności który stanowi dla nas informację jak daleko element y jest oddalony od podzbioru z

Operatory logiczne

- And - $\min(a, b)$ minimum dwóch zbiorów – koniunkcja/suma
- Or - $\max(a, b)$ maksimum dwóch zbiorów - alternatywa/iloczyn
- Not – jeśli element zbioru to 0.4 to po negacji jest 0.6 czyli po prostu $1 - A(x)$ negacja

Wyostrezanie

Ostatni blok sterowania rozmytego. Na jego wejścia trafia wynikowa funkcja przynależności. Żeby ją wprowadzić zamieniona jest na konkretne wartości liczbowe

Metody defuzyfikacji: pierwszego maksimum, ostatniego maksimum, środka maksimum, środka ciężkości, wysokości

Nieliniowa regulacja PD z zastosowaniem tablic sterowań

Wiedza uzyskana od ekspertów:

Gdy uchyb jest równy ε_1 to sterowanie powinno być u_1 .

Gdy uchyb jest równy ε_2 to sterowanie powinno być u_2 .

•

•

•

Gdy uchyb jest równy ε_N to sterowanie powinno być u_N .

Wiedza wstępna – zbiór N par:

$$\{(\varepsilon_k, u_k)\}_{k=1}^N$$

Chodzi o skonstruowanie funkcji $u = f(\varepsilon)$, która możliwie dobrze przybliży to, co powiedzieli eksperci.

Modelowanie charakterystyk nieliniowych (metoda jądrowa i ortogonalna)

Nieliniowe równanie różniczkowe

$$F(y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y, x^{(m-1)}, \dots, x, t) = 0.$$

Układ nieliniowy pobudzony sygnałem sinusoidalnym $\sin \omega t$, w przeciwieństwie do układu liniowego, daje na wyjściu dodatkowe składowe harmoniczne o innych (wyższych) pulsacjach niż pulsacja podstawowa ω .

Równość Parsevala

Tożsamość, która wynika z własności unitarności transformaty Fouriera, co można określić ze sumy (lub całki) kwadratów funkcji równa się sumie (lub całce) kwadratów jej transformaty

Układy ortogonalne funkcji

Ortogonalność

Uogólnienie pojęcia prostopadłości znanego z geometrii euklidesowej na abstrakcyjne przestrzenie z określonym iloczynem skalarnym jak np. przestrzenie unitarne czy ortogonalne

Układ ortogonalny

Podzbiór A przestrzeni unitarnej X nazywa się układem ortogonalnym, gdy każde 2 jego elementy są ortogonalne